

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
ii rok informatyki i ekonometrii
lista 6**

1. Czy można dobrać parametr a tak, aby podane funkcje były gęstościami pewnego rozkładu zmiennej losowej? Odpowiedź uzasadnij. W przypadku odpowiedzi pozytywnej policzyć ich dystrybuanty.

a) $f(x) = \begin{cases} ax & \text{dla } x \in \langle 0, 4 \rangle ; \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle 0, 4 \rangle ; \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} ax & \text{dla } x \in \langle -1, 4 \rangle ; \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle -1, 4 \rangle ; \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{dla } x \in \langle 0, 3 \rangle ; \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle 0, 3 \rangle ; \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x \cdot (2 - x) & \text{dla } x \in \langle 0, a \rangle ; \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle 0, a \rangle ; \end{cases}$

2. Dobrać tak stałą c , by funkcja

$$f(x) = \begin{cases} c \sin x & \text{dla } x \in [0, \pi], \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, \pi] \end{cases}$$

była gęstością, a następnie: a) wyznaczyć jej dystrybuantę, b) obliczyć $P(|X| < \frac{1}{3}\pi)$ i zinterpretować za pomocą wykresu gęstości i dystrybuanty.

3. Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{dla } x \geq 0, \\ 0 & \text{dla } x < 0. \end{cases}$$

Wyznaczyć jej dystrybuantę oraz obliczyć $P(X \geq 2)$.

4. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[-2, 5]$ ($X \sim U[-2, 5]$). Oblicz $P(X \geq 0)$.
5. Dwuwymiarowa zmienna losowa ma rozkład jednostajny na zbiorze $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3 \wedge 0 \leq y \leq 4\}$. Oblicz a) $P(X + Y < 2)$, b) $P(X^2 + Y^2 < 4)$.
6. Zmienna losowa $X \sim N(0, 1)$. Obliczyć a) $P(X \geq 0)$, b) $P(|X| < 2)$.
7. Zmienna losowa $X \sim N(3, 2)$. Obliczyć a) $P(X > 0)$, b) $P(X^2 \leq 2)$.
8. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 2]$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej: a) $Y = 3X + 1$, b) $Z = X^2$.
9. Zmienna losowa $X \sim N(0, 1)$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej $Y = aX + b$, $a > 0$.

zadania do samodzielnego rozwiązania:

1. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[1, 3]$ ($X \sim U[1, 3]$). Oblicz $P(X \geq \frac{3}{2})$.
2. Dwuwymiarowa zmienna losowa ma rozkład jednostajny na zbiorze $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 16\}$. Oblicz a) $P(X + Y < 0)$, b) $P(X^2 + Y^2 < 4)$.
3. Zmienna losowa $X \sim N(0, 1)$. Obliczyć a) $P(X < 3)$, b) $P(|X| \geq 1)$.
4. Zmienna losowa $X \sim N(1, 4)$. Obliczyć a) $P(X < -1)$, b) $P(X^2 < 1)$.
5. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 1]$. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej: a) $Y = 2X - 2$, b) $Z = |X|$.