

**ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa**  
**matematyka, III rok**  
**lista 1**

1. Rzucamy 3 razy monetą. Opisać przestrzeń probabilistyczną odpowiadającą temu doświadczeniu (co to są  $\Omega, \Sigma, P?$ ).
2. Rzucamy 5 kostkami do gry. Wypisać wszystkie zdarzenia elementarne. Czy możemy to zrobić w rozsądnym czasie. Jak inaczej opisać zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych?
3. Cyfry 0, 1, 2, ..., 9 ustawiono losowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że
  - a) między 0 i 1 znajdują się dokładnie cztery cyfry?
  - b) 7, 8 i 9 będą stały obok siebie?
4. Rzucamy dwiema kostkami. Obliczyć prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb równych wyrzuconym oczkom jest liczbą parzystą.
5. W urnie są 2 kule białe i 4 czarne. Losujemy 2 kule bez zwracania. Co jest bardziej prawdopodobne, wyciągnięcie kul
  - a) tego samego koloru;
  - b) różnych kolorów?
6. W urnie znajdują się kule białe i czarne. Udowodnić, że prawdopodobieństwo wylosowania ze zwracaniem dwóch kul tego samego koloru jest nie mniejsze niż 0,5.
7. W  $n$  rozróżnialnych komórkach rozmieszczono losowo  $r$  nierozróżnialnych cząstek, zakładamy, że wszystkie możliwe rozmieszczenia są jednakowo prawdopodobne. Obliczyć prawdopodobieństwo, że
  - a) ustalona komórka zawiera dokładnie  $k$  cząstek ( $k < r$ );
  - b) dokładnie  $m$  komórek zostało pustych ( $m < n$ );
  - c) w każdej komórce są co najmniej dwie cząstki ( $r \geq 2n$ ).
8. Na ile sposobów można  $k$  jednozłotówek i  $m$  pięćzłotówek rozmieścić w  $n$  ponumerowanych kasetkach?
9. Rzucamy  $n$  kostkami, obliczyć prawdopodobieństwo wyrzucenia  $n_1$  jedynek,  $n_2$  dwójek, ...,  $n_6$  szóstek, gdzie
$$\sum_{i=1}^6 n_i = n.$$
10. Z 52 kart wylosowano 6. Jaka jest szansa, że wśród wylosowanych kart będą karty czerwone i czarne?
11. Z 52 kart losujemy 3. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kart jest przynajmniej jeden as.
12. Przy okrągłym stole usiadło dziesięć dziewcząt i dziesięciu chłopców. Jaka jest szansa, że osoby tej samej płci nie siedzą obok siebie? Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzy ustalone osoby będą siedziały obok siebie?
13. W zbiorze  $2n$  osób ( $n \geq 1$ ) wyróżniono dwie. Czy bardziej prawdopodobne jest, że siadając losowo wokół stołu przy którym jest  $2n$  miejsc, wyróżnione osoby znajdą się obok siebie, czy na przeciw?
14. Pięć zesztów wrzucamy do trzech szuflad. Co jest bardziej prawdopodobne
  - a) w pewnej szufladzie będą co najmniej trzy zeszyty;
  - b) co najmniej jedna szuflada będzie pusta?
15. (problem roztargnionej sekretarki) Do  $n$  zaadresowanych kopert włożono w sposób losowy  $n$  listów do różnych adresatów. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że chociaż jeden list trafi do właściwej koperty. Wyznaczyć granicę tego prawdopodobieństwa gdy  $n \rightarrow \infty$ .

**zadania do samodzielnego rozwiązania:**

1. W urnie znajduje się 18 kul czarnych i 12 białych. Losujemy 3 kule
  - jednocześnie;
  - pojedynczo za każdym razem zwracając wylosowaną kulę.

Obliczyć prawdopodobieństwo, że

- a) wszystkie wylosowane kule są czarne;
  - b) otrzymano dokładnie dwie kule czarne.
2. Z 52 kart wylosowano 13. Jaka jest szansa, że wśród wylosowanych kart będą reprezentowane wszystkie wartości?
3. Z 52 kart wylosowano 13. Jakie są szanse otrzymania:
- a) 5 pików, 4 kierów, 3 trefli, 1 kara?
  - b) układu  $5 - 4 - 3 - 1$ ?
  - c) układu  $5 - 3 - 3 - 2$ ?
4. Wrzucamy  $n$  monet do  $n - 1$  różnych skarbonek. Oblicz prawdopodobieństwo, że różowa swinka będzie pusta.
5. Rok liczy 365 dni. Obliczyć prawdopodobieństwo, że 3 losowo wybrane panie
- a) urodziły się tego samego dnia
  - b) pierwsza w styczniu, druga w marcu, trzecia w drugim półroczu.
6. Do pociągu złożonego z  $n$  wagonów wsiada  $N$  pasażerów, ( $n \leq N$ ). Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że:
- a) do wagonu z numerem  $l$  wsiądzie co najmniej jeden pasażer;
  - b) żaden z wagonów nie będzie pusty.