

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa  
matematyka, III rok  
lista 10

1. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej  $X$  o rozkładzie:
  - a) jednostajny na odcinku  $[a, b]$ ;
  - b) wykładniczy z parametrem  $\lambda$ ;
  - c) normalny z parametrami:  $m, \sigma$ ;
  - d) Cauchy'ego.
2. Znaleźć wartość oczekiwaną pola prostokąta, którego obwód równy jest 20, a jeden bok jest zmienną losową  $X$  o rozkładzie jednostajnym na odcinku  $[1, 10]$ .
3. Udowodnić  $E(X) = 0 \Rightarrow E(|X|) \leq \frac{1}{2}(1 + D^2(X))$ .
4. Niech  $E(X) = 0, E(|X|) = 1$ . Obliczyć  $E(\max\{0, X\})$  oraz  $E(\min\{0, X\})$ .
5. Obliczyć  $k$ -ty moment zmiennej losowej o rozkładzie wykładniczym.
6. Obliczyć  $k$ -ty moment zmiennej losowej o rozkładzie normalnym.
7. Niech  $X$  będzie zmienną nieujemną. Udowodnić, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(\{X \geq n\}) \leq E(X) \leq 1 + \sum_{n=1}^{\infty} P(\{X \geq n\}).$$

8. Podać przykład zmiennej losowej  $X$  takiej, że  $E(|X|) > E(|X|^2)$ .
9. Niech  $Z$  ma rozkład wykładniczy z parametrem  $\lambda$ . Znaleźć wartość oczekiwaną sumy oraz iloczynu pierwiastków równania  $x^2 + (3Z^2 + 4)x - 3Z = 0$ .
10. Udowodnić, że jeśli dla zmiennej losowej  $X$  istnieje moment zwykły rzędu  $r > 0$ , to istnieje też momenty rzędu  $s \leq r$ .