ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
matematyka, III rok
lista 6

1. Zdarzenia $A_1, \ldots, A_n$ są niezależne i mają jednakowe prawdopodobieństwo p. Jaka jest szansa, że
   a) zajdą wszystkie naraz?
   b) nie zajdzie żadne z nich?
   c) zajdzie dokładnie jedno?
2. Kierowcy dzielą się na ostrożnych (jest ich 95 %, i taki kierowca powoduje w ciągu roku wypadek z prawdopodobieństwem 0,01) i piratów (jest ich 5%, szansa na wypadek w ciągu roku - 0,5). Wybrany losowo kierowca nie spowodował wypadku w roku 2004 ani 2005. Jaka jest szansa, że spowoduje wypadek w roku 2006?
3. Przeprowadzono serię doświadczeń według schematu Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu w każdym doświadczeniu równym p. Obliczyć prawdopodobieństwo uzyskania r-tego sukcesu dokładnie w $(k+r)$-tym doświadczeniu, $k = 0, 1, 2, \ldots$
4. Z urny zawierającej m $(m > 3)$ kul białych i n kul czarnych zgubiono kulę nieznanego koloru. Z urny losujemy trzy kule.
   a) obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania trzech kul białych
   b) znaleźć prawdopodobieństwo, że zgubiona kula była biała jeśli wiadomo, że wylosowano trzy białe kule.
5. Z odcinka $[0, 1]$ wylosowano 10 punktów, obliczyć prawdwopodobieństwo zdarzenia, że dokładnie trzy spośród wylosowanych punktów należą do odcinka $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$, oraz dokładnie cztery należą do odcinka $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$.
6. Rzucono 100 razy kostką do gry. Jaka jest najbardziej prawdopodobna ilość wyrzuconych piątek?
7. W urnie mamy N kul, wśród których M_1 jest białych, M_2 czarnych, M_3 zielonych i M_4 niebieskich $(M_1+M_2+M_3+M_4 = N)$. Losujemy n razy po jednej kuli zwracając za każdym razem kulę do urny. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w n losowaniach otrzymamy k_1 kul białych, k_2 kul czarnych, k_3 kul zielonych i k_4 kul niebieskich, przy czym $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = n$.
8. W urnie znajduje się 25 kul białych i 45 kul czarnych. Losujemy 20 razy zwracając za każdym razem wylosowaną kulę do urny oraz dokładając do urny dwie kule tego samego koloru. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzymamy 7 razy kulę białą.
9. Rzucamy n razy monetą, $n \geq 2$. Jaka jest szansa na to, że orzeł pojawi się parzystą liczbę razy?
10. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że pan Kowalski nie trafi szóstki grając przez rok dwa razy w tygodniu w totolotka (typując 6 liczb z 49)?