

ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
ii rok informatyki i ekonometrii
lista 8

1. Rzucamy trzy razy monetą. Zmienna losowa X przyjmuje wartości równe ilości wyrzuconych orłów, natomiast zmienna losowa Y przyjmuje wartość jeden jeśli w pierwszym rzucie wypadł orzeł oraz zero w przeciwnym wypadku. Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej (X, Y) .

2. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) i wiemy, że

$$P(X = 0, Y = 1) = 0,3 \quad P(X = 0, Y = 2) = P(X = 1, Y = 1) = 0,2$$

$$P(X = 1, Y = 2) = P(X = 1, Y = 3) = P(X = 0, Y = 3) = 0,1$$

Zapisać rozkład w tabeli. Wyznaczyć rozkłady brzegowe. Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.

3. Dobrać stałą a tak, by funkcja

$$f(x, y) = \begin{cases} cy^3(5x + 2) & \text{dla } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{poza tym} \end{cases}$$

była gęstością pewnej dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) . Wyznaczyć rozkłady brzegowe.

4. Wyznaczyć parametr a , tak by funkcja

$$f(x, y) = \begin{cases} ae^{-2x-y} & \text{dla } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{poza tym} \end{cases}$$

była gęstością dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) . Wyznaczyć rozkłady brzegowe zmiennych losowych X i Y . Z badać niezależność zmiennych losowych X i Y . Obliczyć $P(1 < X < 2, 1 < Y < 2)$.

5. Gęstość dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y) wyraża się wzorem

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

Z badać niezależność zmiennych losowych X i Y .

6. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład jednostajny na obszarze $A = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < x\}$. Z badać niezależność zmiennych losowych X i Y .

zadania do samodzielnego rozwiązania:

1. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład jednostajny na obszarze $B = \{(x, y) : -1 < x < 2, -1 < y < x\}$. Z badać niezależność zmiennych losowych X i Y .
2. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) i wiemy, że

$$P(X = -1, Y = 2) = 0,1 \quad P(X = -1, Y = 4) = 0,06 \quad P(X = 0, Y = 2) = 0,3$$

$$P(X = 0, Y = 4) = 0,18 \quad P(X = 1, Y = 2) = 0,2 \quad P(X = 1, Y = 4) = 0,16$$

Zapisać rozkład w tabeli. Sprawdzić, czy zmienne losowe X i Y są niezależne.