ćwiczenia z rachunku prawdopodobieństwa
III rok matematyki
praca domowa 1 - semestr letni 2010/2011
15 października 2010

1. Niech $\mathcal{F}$ będzie σ-ciałem podzbiorów zbioru Ω. Udowodnić, że jeśli $P_1, \ldots, P_n$ są miarami probabilistycznymi na przestrzeni $(\Omega, \mathcal{F})$ i $c_1, \ldots, c_n$ są stałymi dodatnimi takimi, że $c_1 + \ldots + c_n = 1$, to $c_1 P_1 + \ldots + c_n P_n$ jest również miarą probabilistyczną.

2. W urnie jest n kul czarnych i αn kul białych. Wybieramy po jednej wszystkie kule z urny. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że ostatnia kula jest czarna?

3. Udowodnić, że dla zstępującego ciągu zbiorów $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$ prawdziwa jest implikacja:

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \emptyset \Longrightarrow \lim_{n\to\infty} P(A_n) = 0.$$

uwaga:

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania pracy domowej: 27 października 2010;