

**statystyka matematyczna - ćwiczenia**  
**informatyka i ekonometria 2 rok**  
**lista 10**

1. Badanie 200 losowo wybranych czterosobowych gospodarstw domowych pod względem miesięcznych wydatków na kulturę dostarczyło następujących danych:  $\bar{X}=30$  PLN,  $s=6,5$  PLN: pozostałe dane zaprezentowano w następującym zestawieniu:

Miesięczne wydatki	15-21	21-27	27-33	33-39	39-45
Liczba gospodarstw	20	45	70	50	15
$\frac{(n_i - \hat{n}_i)^2}{\hat{n}_i}$	0,610	0,164	0,009	0,101	...

Obliczając brakujące dane, na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że wydatki na kulturę w czterosobowych gospodarstwach domowych mają rozkład normalny.

2. Strukturę 60 losowo wybranych pracowników SGH według liczby posiadanych dzieci przedstawia poniższe zestawienie:

Liczba dzieci	0	1	2	3	4	5
Liczba pracowników	10	19	14	9	6	2
Teoretyczna liczba pracowników	...	18	16	10	4	...

- a) Obliczyć brakujące liczby.  
 b) Na poziomie istotności 0,10 zweryfikować hipotezę, że powyższy rozkład pochodzi z populacji o rozkładzie Poissona.
3. Teoretyczne prawdopodobieństwa  $p_k$  powstania  $k$  cząstek w wyniku pewnej reakcji jądrowej są równe:  $p_0 = 7/16$ ,  $p_1 = 1/4$ ,  $p_2 = p_3 = 1/8$ ,  $p_4 = 1/16$ . Przeprowadzono 496 niezależnych powtórzeń eksperymentu i w 212 powtórzeniach nie pojawiła się ani jedna cząstka, w 123 powstała jedna cząstka, w 62 dwie cząstki, w 45 trzy oraz w 54 powtórzeniach powstały cztery cząstki. Testem chi-kwadrat na poziomie istotności  $\alpha = 0.01$  zweryfikować hipotezę  $H$ , że teoria dobrze opisuje zjawisko zderzeń.
4. Losowa próba licząca  $n = 200$  niezależnych obserwacji wagi noworodków (w kg) dała następujące wyniki:

Waga	1,0-1,4	1,4-1,8	1,8-2,2	2,2-2,6	2,6-3,0
Liczebność	15	45	70	50	20

Na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że rozkład wagi noworodków jest rozkładem normalnym.

5. Badanie jakości wody w losowo wybranych studniach położonych na terenie poszczególnych województw w latach 1980 i 1992 dostarczyło danych zawartych w poniższej tabeli:

Odsetek studni o złej jakości wody	Liczba województw	
	1980	1992
poniżej 30	3	2
poniżej 50	13	15
poniżej 70	29	34
poniżej 90	42	45
poniżej 100	49	49

Korzystając z testu Kołmogorowa-Smirnowa, zweryfikować hipotezę o identyczności rozkładu województw według jakości wody w studniach w obu zbadanych latach. Przyjąć  $\alpha = 0,005$ .

6. Rozkład prawdopodobieństwa dwuwymiarowej zmiennej losowej  $(X, Y)$ , gdzie  $X$  - roczny dochód w tys. zł i  $Y$  - lata nauki, podany został w poniższej tabeli:

	8	12	16
10	0,09	0,04	0,01
20	0,08	0,17	0,02
30	0,07	0,14	0,13
40	0,02	0,04	0,08
50	0,01	0,02	0,08

- a) Wyznaczyć rozkład brzegowy zmiennej losowej  $X$  i  $Y$ .  
 b) Policzyc  $P(X = 10/Y = 8)$  i  $P(X = 10/Y = 16)$ .

- c) Policzyc  $P(X = 50/Y = 8)$  i  $P(X = 50/Y = 16)$ .  
 d) Odpowiedziec na pytanie, czy warto sie uczyc.

7. Rozklad prawdopodobienstw liczby treningow dzuzyny pilkarskiej w ciagu tygodnia ( $X$ ) i liczby meczow wygranych w sezonie ( $Y$ ) zawiera tablica:

	0	1	2	3
1	0,04	0,04	0,00	0,00
2	0,00	0,12	0,12	0,16
3	0,00	0,04	0,18	0,30

- a) Znalezc rozklady brzegowe i dystrybuanty zmiennej  $X$  i  $Y$ .  
 b) Obliczyc prawdopodobienstwo, ze dzuzyna wygra w sezonie przynajmniej jeden mecz.  
 c) Obliczyc prawdopodobienstwo, ze trenujac trzy razy w tygodniu dzuzyna wygrała w sezonie trzy mecze.  
 d) Obliczyc prawdopodobienstwo, ze dzuzyna trenowała więcej niż dwa razy w tygodniu, jeśli wiadomo, ze wygrała dwa mecze.  
 e) Obliczyc prawdopodobienstwo, ze dzuzyna trenowała nie więcej niż dwa razy w tygodniu.  
 f) Obliczyc kowariancję zmiennych  $X$  i  $Y$ .
8. Wektor  $(X, Y)$  ma rozklad dany w następującej tabeli:

	-1	0	1
1	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{16}$
2	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{16}$

- a) Wyznaczyć rozklady brzegowe zmiennych  $X$  i  $Y$ .  
 b) Sprawdzic, czy zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne.  
 c) Wyznaczyć rozklad warunkowy zmiennej  $Y$  przy warunku  $X = -1$ .  
 d) Obliczyc  $E(X|Y = 2)$ .
9. Rozklad wektora  $(U, W)$  jest dany w następującej tabeli:

	-1	0	2
-1	$\frac{1}{24}$	$c$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$

- a) Znalezc stała  $c$ .  
 b) Sprawdzic, czy zmienne  $U$  i  $W$  są niezależne.  
 c) Wyznaczyć rozklad warunkowy zmiennej  $U$  przy warunku  $W = 0$ .  
 d) Obliczyc  $cov(X, Y)$ .

*zadania do samodzielnego rozwiazania*