

statystyka matematyczna - ćwiczenia
matematyka finansowa 2 rok
lista 3

1. Kontrola celna zagranicznych pasażerów przybywających na lotnisko międzynarodowe we Frankfurcie wykazała, że dziennie średnio 40 pasażerów przewozi towary niedozwolone, a odchylenie standardowe stanowi 25% poziomu średniej. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w ciągu 16 losowo wybranych dni średnia liczba pasażerów przewożących towary niedozwolone:
 - a) przekroczy 46,
 - b) będzie zawierała się w przedziale od 36 do 45?
2. Z analizy miesięcznych wpłat dokonywanych przez ogół klientów jednego z banków warszawskich wynika, że przeciętna wpłata wynosi 500 PLN. Zakładając, że rozkład wysokości dokonywanych wpłat jest normalny, obliczyć, jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia wpłata miesięczna dokonywana przez 26 losowo wybranych klientów:
 - a) nie przekroczy 549,7 PLN;
 - b) będzie wyższa od średniej dla ogółu klientów o więcej niż 34,16 PLN;
 - c) znajdzie się w przedziale od 541,2 do 574,5 PLN.

W obliczeniach uwzględnić, że odchylenie standardowe wysokości opłat w wylosowanej próbie wyniosło 100 PLN.

3. W wyniku wieloletnich testowych badań znajomości problemów finansowych kandydatów na dyrektorów największych banków w Nowym Jorku ustalono, że średnia liczba punktów uzyskiwanych przez kandydatów w zastosowanym teście wynosiła 92. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w losowo wybranej grupie 121 kandydatów na dyrektorów, w której wartość drugiego momentu centralnego w rozkładzie liczby uzyskanych punktów wynosi 484:
 - a) ogólna liczba punktów uzyskanych przez kandydatów przekroczy 10890,
 - b) średnia w próbie będzie różniła się od średniej dla ogółu kandydatów o mniej niż 6 punktów?
4. Rozkład czasu przeznaczanego na oglądanie filmów telewizyjnych przez studentów pewnej uczelni jest rozkładem w przybliżeniu normalnym z odchyleniem standardowym równym 2 godz.
 - a) Obliczyć poziom wartości oczekiwanej w tym rozkładzie, jeśli dodatkowo wiadomo, że 15,87% ogółu studentów poświęca na oglądanie filmów poniżej 4 godz.
 - b) Określić prawdopodobieństwo, że różnica między średnim czasem oglądania filmów w grupie 36 losowo wybranych studentów a średnią w populacji przekroczy 0,5 godz.
5. Rozkład miesięcznych wydatków studentów I roku studiów dziennych SGH na zakup książek jest rozkładem normalnym z wartością oczekiwaną równą 20 PLN, natomiast w rozkładzie normalnym miesięcznych wydatków na książki studentów II roku średnia wynosi 15 PLN. Pobrano niezależnie próbę 10-elementową z populacji studentów I roku oraz próbę 8-elementową z populacji studentów II roku. Odchylenie standardowe w rozkładzie wydatków na zakup książek w tych próbach wynosiło odpowiednio 5 PLN (I rok) i 4 PLN (II rok). Obliczyć prawdopodobieństwo następujących zdarzeń:
 - a) średni wydatek na zakup książek w wylosowanej próbie studentów I roku będzie wyższy od średniego wydatku w próbie studentów II roku,
 - b) średni wydatek w próbie studentów I roku przekroczy o mniej niż 2 PLN średni wydatek w próbie studentów II roku.
6. Czas dojazdu do pracy pracowników SGH ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej równej 40 min i odchyleniu standardowym stanowiącym 50% poziomu wartości oczekiwanej. Rozkład czasu dojazdu do pracy pracowników SGGW-AR jest rozkładem normalnym z wartością oczekiwaną równą 40 min i odchyleniem standardowym wynoszącym 25 min.
 - a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że różnica między średnim czasem dojazdu do pracy w 25-elementowych próbach pobranych niezależnie z obu populacji będzie większa od 8 min?
 - b) Ilu spośród 100 losowo wybranych pracowników każdej z uczelni poświęca na dojazd, średnio biorąc, więcej niż 42 min?

7. Populacja generalna ma rozkład normalny z wartością oczekiwaną równą m i odchyleniem standardowym równym σ . Jak liczną próbę należy wylosować z tej populacji, aby prawdopodobieństwo, że średnia arytmetyczna obliczona na podstawie tej próby będzie różniła się od wartości oczekiwanej o więcej niż jedno odchylenie standardowe, było co najwyżej równe 0,05?
8. Zmienna losowa ma rozkład normalny. Z populacji o tym rozkładzie pobrano w sposób losowy 400-elementową próbę. Znaleźć odchylenie standardowe w rozkładzie tej zmiennej, jeśli wiadomo, że średnia z próby różni się od średniej w populacji o mniej niż 1 z prawdopodobieństwem równym 0,6826.
9. Czas przeznaczony w ciągu tygodnia na czytanie książek i czasopism przez ogół mieszkańców Polski ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym równym 1,5 godz. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odchylenie standardowe czasu przeznaczonego na czytanie książek i prasy przez 20 losowo wybranych osób nie przekroczy 2 godz.?
10. Waga (w g) 100-metrowych odcinków przędzy ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym równym 2 g. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wariancja wagi 10 odcinków 100-metrowych pobranych do analizy w czasie produkcji tej przędzy będzie wynosić co najmniej 2,5 g?
11. Czas potrzebny do przygotowania i obrony pracy doktorskiej jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z odchyleniem standardowym równym 2,1 roku. W ciągu 1994r. broniło doktorat 17 osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że odchylenie standardowe czasu potrzebnego do przygotowania i obrony pracy doktorskiej dla tej grupy doktorantów przekroczyło 2,8 roku?
12. Rozkład zarobków pracowników przemysłu wydobywczego jest rozkładem normalnym z pierwszym momentem zwykłym równym 1 tys. PLN i drugim momentem centralnym równym $0,04$ (tys. PLN)². Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 16 losowo wybranych pracowników odchylenie standardowe nie przekroczy 0,1 tys. PLN?
13. Z populacji o rozkładzie normalnym $N(12, \sigma)$, gdzie σ jest nieznanym (nieznane odchylenie standardowe), pobrano próbkę liczącą 10 elementów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia arytmetyczna z próby jest:

- a) większa od 11,5;
- b) mniejsza od 12,5;

Odchylenie standardowe w tej próbie jest równe 1,5.

14. Wiadomo, że rozkład płac pracowników fizycznych w przedsiębiorstwie A jest normalny z $m_1 = 3,1$ mln zł i $\sigma_1 = 0,5$ mln zł. Rozkład płac pracowników umysłowych jest normalny z $m_2 = 2,7$ mln zł i $\sigma_2 = 0,8$ mln zł. Przeprowadzono badanie statystyczne, w wyniku którego pobrano dwie niezależne próby: 9-elementową ze zbiorowości pracowników fizycznych i 16-elementową ze zbiorowości pracowników umysłowych. Odchylenia standardowe płac policzone na podstawie pobranych prób są równe odpowiednio 0,4 mln i 0,6 mln. Policzyć prawdopodobieństwo, że średnia płaca pracowników fizycznych przewyższa średnią płacę pracowników umysłowych.
15. Rozkład błędów pomiarów dokonywanych pewnym przyrządem ma rozkład normalny z wariancją równą $0,1$ cm². Wykonano 50 niezależnych pomiarów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wariancja błędów policzona na podstawie próby jest:
 - a) większa od 0,1;
 - b) mniejsza od 0,15;
16. Rzucono 100 razy monetą. Obliczyć prawdopodobieństwo, że częstość wyrzucenia orła Y_n jest:
 - a) większa od 0,48;
 - b) mniejsza od 0,52;
 - c) zawarta między 0,45 i 0,48.
17. Wadliwość obuwia produkowanego przez firmę X wynosi 10%. Jeden ze sklepów sprzedał 300 par obuwia wyprodukowanego przez tę firmę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:
 - a) więcej niż 8% klientów złoży reklamację,
 - b) mniej niż 9% klientów złoży reklamację?

18. Grupa mieszkańców dzielnicy Krzyki skarży się na niskie ciśnienie w sieci wodociągowej. Przyrządy pomiarowe, umieszczone w MPWiK, wskazują pewne wahania ciśnienia, ale średnio jest ono równe 2,8 atm, co jest wystarczające dla prawidłowej dostawy wody. W odpowiedzi na skargę dokonano pomiaru ciśnienia w węzłach wodnych wybranych domów. Zakładając, że rozkład ciśnienia jest normalny, policzyć prawdopodobieństwo tego, że średnie ciśnienie w wybranych węzłach jest mniejsze od 2,6, jeśli wybrano:

- a) 10 węzłów,
- b) 50 węzłów.

Wiadomo, że odchylenie standardowe, policzone na podstawie pomiarów w wybranych węzłach, jest równe 0,4.

19. Zużycie wody w pewnym osiedlu podlega wahaniom losowym w kolejnych dniach roku. Na podstawie długoletnich doświadczeń wiadomo, że średnie dzienne zużycie wody wynosi 100 hl.

- a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnie zużycie wody w losowo wybranym kwartale roku (kwartał ma 90 dni) przekroczy 102 hl, jeśli odchylenie standardowe, policzone na podstawie próby, jest równe 9 hl?
- b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnie zużycie wody w losowo wybranym tygodniu jest zawarte między 95 hl i 105 hl? Przyjmujemy, że zużycie wody ma rozkład normalny i odchylenie standardowe, policzone na podstawie siedmioelementowej próby, jest równe 9 hl.
- c) Policzyć prawdopodobieństwo, że wariancja ciśnienia w losowo wybranym tygodniu nie przekroczy $8,0 \text{ hl}^2$. Przyjmujemy, że zużycie wody ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym σ równym 9hl.
- d) Policzyć prawdopodobieństwo, że wariancja ciśnienia wody w losowo wybranym kwartale (90 dni) nie przekroczy 8 hl^2 . Przyjmujemy, że zużycie wody ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym równym 9hl.

20. W średnich szkołach ogólnokształcących języka niemieckiego uczyło się 56% ogółu uczniów, a w średnich szkołach zawodowych - 44% ogółu. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w losowo wybranej próbie liczącej 1600 uczniów szkół ogólnokształcących udział uczniów uczących się języka niemieckiego będzie przynajmniej o 5% wyższy od podobnego udziału w grupie 900 losowo wybranych uczniów szkół zawodowych?