

statystyka matematyczna - ćwiczenia
matematyka finansowa 2 rok
lista 7

1. Poniższe zestawienie zawiera informację o łącznej liczbie punktów uzyskanych przez studentów studiów dziennych SGH z czterech kolejnych prac kontrolnych ze statystyki:

Liczba punktów	poniżej 65	65-70	71-75	76-80	81-85	85 i więcej
Liczba studentów	10	20	40	50	40	40

- a) Korzystając z testu λ -Kołmogorowa zweryfikować hipotezę, że powyższy rozkład jest zgodny z rozkładem normalnym o wartości oczekiwanej i odchyleniu standardowym równym odpowiednio 78 oraz 9 punktów.
- b) Do jakiego przedziału liczbowego powinny należeć wartości statystyki λ , aby przy poziomie istotności równym 0,01 nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej?
2. Ewidencja liczby awarii urządzeń technicznych w zakładzie produkcyjnym w ciągu kolejnych 100 dni roboczych dostarczyła następujących informacji:

Liczba awarii	Liczba dni
0	20
poniżej 2	65
poniżej 3	95
poniżej 4	100

Czy zakładając prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju na poziomie 0.05, można uznać powyższy rozkład za zgodny z rozkładem Poissona?

3. Zakłada się, że rozkład wagi noworodków (w kg) jest rozkładem normalnym o wartości średniej równej 3,5 kg oraz odchyleniu standardowym 0,5 kg. Na podstawie losowej próby 200 noworodków ustalono, co następuje:

Numer przedziału	1	2	3	4	5	6	7	Ogółem
Liczebności teoretyczne	10	15	50	20	18	200

- a) Obliczyć i zinterpretować liczebności teoretyczne w czwartym i piątym przedziale, wiedząc, że $x_{04} = 3,0$ oraz $x_{14} = 3,5$.
- b) Z jakiego przedziału liczbowego pochodzi obliczona wartość statystyki chi-kwadrat, jeśli przy poziomie istotności równym 0,1 hipotezę zerową należało odrzucić?
4. Badanie 200 losowo wybranych czteroosobowych gospodarstw domowych pod względem miesięcznych wydatków na kulturę dostarczyło następujących danych: $\bar{X}=30$ PLN, $s=6,5$ PLN: pozostałe dane zaprezentowano w następującym zestawieniu:

Miesięczne wydatki	15-21	21-27	27-33	33-39	39-45
Liczba gospodarstw	20	45	70	50	15
$\frac{(n_i - \hat{n}_i)^2}{\hat{n}_i}$	0,610	0,164	0,009	0,101	...

Obliczając brakujące dane, na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że wydatki na kulturę w czteroosobowych gospodarstwach domowych mają rozkład normalny.

5. Strukturę 60 losowo wybranych pracowników SGH według liczby posiadanych dzieci przedstawia poniższe zestawienie:

Liczba dzieci	0	1	2	3	4	5
Liczba pracowników	10	19	14	9	6	2
Teoretyczna liczba pracowników	...	18	16	10	4	...

- a) Obliczyć brakujące liczby.
- b) Na poziomie istotności 0,10 zweryfikować hipotezę, że powyższy rozkład pochodzi z populacji o rozkładzie Poissona.
6. Teoretyczne prawdopodobieństwa p_k powstania k cząstek w wyniku pewnej reakcji jądrowej są równe: $p_0 = 7/16$, $p_1 = 1/4$, $p_2 = p_3 = 1/8$, $p_4 = 1/16$. Przeprowadzono 496 niezależnych powtórzeń eksperymentu i w 212 powtórzeniach nie pojawiła się ani jedna cząstka, w 123 powstała jedna cząstka, w 62 dwie cząstki, w 45 trzy oraz w 54 powtórzeniach powstały cztery cząstki. Testem chi-kwadrat na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ zweryfikować hipotezę H , że teoria dobrze opisuje zjawisko zderzeń.

7. Postawiono hipotezę H , że czas czekania na kolejnego klienta w pewnym systemie obsługi ma rozkład jednostajny na przedziale $(0,1)$. W celu sprawdzenia hipotezy wykonano 50 pomiarów odstępu czasu między chwilami przybycia kolejnych klientów. Otrzymano następujące wyniki:

Czas	(0,0.2)	[0.2,0.4)	[0.4,0.6)	[0.6,0.8)	[0.8,1)
Liczba klientów	20	15	9	5	1

Zweryfikować hipotezę H na poziomie istotności $\alpha = 0.005$.

8. Niech X będzie liczba klientów, którzy zgłoszą się do pewnego systemu obsługi w ciągu godziny. Postawiono hipotezę H , że zmienna X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 1$. Aby zweryfikować tę hipotezę, liczono ilu klientów pojawiło się w systemie w każdej ze stu godzin i otrzymano następujące wyniki:

Liczba klientów	0	1	2	3	4 i więcej
Liczba godzin	39	30	19	10	2

Testem chi-kwadrat zweryfikować hipotezę H na poziomie istotności $\alpha = 0.005$.

9. Badanie jakości wody w losowo wybranych studniach położonych na terenie poszczególnych województw w latach 1980 i 1992 dostarczyło danych zawartych w poniższej tabeli:

Odsetek studni o złej jakości wody	Liczba województw	
	1980	1992
poniżej 30	3	2
poniżej 50	13	15
poniżej 70	29	34
poniżej 90	42	45
poniżej 100	49	49

Korzystając z testu Kołmogorowa-Smirnowa, zweryfikować hipotezę o identyczności rozkładu województw według jakości wody w studniach w obu zbadanych latach. Przyjąć $\alpha = 0,005$.

10. Losowa próba licząca $n = 200$ niezależnych obserwacji wagi noworodków (w kg) dała następujące wyniki:

Waga	1,0-1,4	1,4-1,8	1,8-2,2	2,2-2,6	2,6-3,0
Liczebność	15	45	70	50	20

Na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że rozkład wagi noworodków jest rozkładem normalnym.

11. W pewnej miejscowości sprawdzono w 200 losowo wybranych chwilach czerwca stopień zachmurzenia nieba i otrzymano następujące wyniki:

Stopień zachmurzenia	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
Liczba chwil	43	20	15	14	13	16	15	22	42

Testem λ -Kołmogorowa na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę, że stopień zachmurzenia w danym miesiącu w tej miejscowości ma rozkład normalny.

12. W pewnym doświadczeniu mierzy się czas określonego efektu świetlnego. Przeprowadzono 140 doświadczeń i otrzymano wyniki:

Czas efektu świetlnego	0,0-0,2	0,2-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0
Liczba doświadczeń	10	30	45	34	21

a) Czy można uważać, że rozkład czasu efektu świetlnego jest rozkładem $N(0,6;0,2)$ na poziomie istotności $\alpha = 0,05$?

b) Jaki będzie wynik, gdy zastosujemy test λ -Kołmogorowa?

13. Rejestrując straty czasu na skutek przestoju maszyn i urządzeń otrzymano dla dwóch wydziałów pewnego zakładu następujące wyniki:

Straty czasu (w min)	0-10	10-20	20-30	30-40
Liczba stanowisk na wydziale I	10	14	15	11
Liczba stanowisk na wydziale II	20	30	40	10

a) Zweryfikować hipotezę, że rozkład strat czasu na obydwu wydziałach jest taki sam, $\alpha = 0,05$.

b) Czy można uważać na poziomie istotności 0.05, że rozkład strat czasu na wydziale II jest rozkładem $N(20;9)$?