

**statystyka matematyczna - ćwiczenia**  
**matematyka finansowa 2 rok**  
**lista 9**

1. Badanie płacy ( $x_1$  - w zł) oraz stażu pracy ( $x_2$  - w latach) w próbie 14 robotników dało następujące notowania:

$x_1$	800	950	1110	1450	900	1320	1200	860	920	1500	1000	1600	1390	1100
$x_2$	5	8	9	10	6	8	8	6	7	10	7	10	9	9

Określić charakter i natężenie związku między powyższymi zmiennymi za pomocą współczynnika korelacji Pearsona oraz ocenić jego statystyczną istotność wiedząc, iż krytyczna wartość odpowiedniego testu wynosi 2,1788.

2. Zbadać zależność między czasem przeznaczonym na reklamę telewizora marki Philips (w min/miesiąc) a miesięczną ich sprzedażą. W tym celu zebrano dane za 7 miesięcy 1996 roku:

Miesiąc	Styczeń	Luty	Marzec	Kwiecień	Maj	Czerwiec	Lipiec
Czas w mediach przeznaczony na reklamy w min	10	18	13	14	20	15	8
Liczba sprzedanych telewizorów w tys.	2,5	4,6	5,2	4,0	5,6	3,2	1,5

Do określenia stopnia zależności wykorzystać:

- współczynnik korelacji liniowej Pearsona,
- współczynnik korelacji rang Spearmana.

3. W finale jazdy figurowej na lodzie brało udział dwunastu zawodników:  $Z_1, Z_2, \dots, Z_{12}$ . Jazdę oceniali trzech sędziów, przy czym oprócz punktacji, każdy sędzia ustalał kolejność wszystkich zawodników; przedstawia ją tabela:

Zawodnik		$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$Z_6$	$Z_7$	$Z_8$	$Z_9$	$Z_{10}$	$Z_{11}$	$Z_{12}$
Miejsce zawodnika	1	3	4	5	6	1	12	2	9	8	10	11	7
wg oceny sędziego	2	2	5	4	6	1	9	3	8	10	11	12	7
	3	5	6	1	3	4	2	7	10	8	12	11	9

Wyznaczyć wartość współczynnika korelacji rang między ocenami wszystkich sędziów: (1,2), (1,3) i (2,3). Na podstawie analizy otrzymanych wyników wytypować sędziego do odsunięcia od sędziowania zawodów za zbyt duże rozbieżności ze wskazaniami pozostałych sędziów.

4. W pewnym zakładzie przemysłowym dokonano 10 pomiarów zużycia wody przy produkcji pewnego wyrobu i otrzymano następujące dane ( $X$ -wielkość produkcji w tys. sztuk,  $Y$ -zużycie wody w tys.  $m^3$ ): (1,8); (2,15); (3,8); (4,10); (5,22); (6,14); (7,17); (8,28); (9,22); (10,26). Zakładając, że dla opisu zależności zużycia wody względem wielkości produkcji właściwy jest klasyczny model regresji liniowej

- oszacować parametry  $\alpha$  i  $\beta$  odpowiedniej funkcji regresji;
- obliczyć wartość ocen parametrów  $\sigma^2$ ,  $D(\hat{\alpha})$  i  $D(\hat{\beta})$  w rozpatrywanym modelu regresji;
- obliczyć współczynnik determinacji dla oszacowanej funkcji;
- wyznaczyć przedziały ufności dla parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ ;
- ocenić istotność wpływu zmiennej zależnej ( $\gamma = 0,05$ ).

5. W 1996 roku zebrano informacje w siedmiu krakowskich uczelniach o liczbie studentów  $Y = [y_1, \dots, y_7]$  oraz o powierzchni (w  $m^2$ ) sal dydaktycznych tych uczelni  $X = [x_1, \dots, x_7]$ :

Uczelnia ( $i$ )	AR	AE	WSP	UJ	PK	ASP	AWF
Liczba studiujących ( $y_i$ )	4000	12000	6000	21000	9000	1000	3000
Powierzchnia sal ( $x_i$ )	4500	8800	4200	17000	6000	1800	2500

Należy:

- oszacować równanie regresji zmiennej  $Y$  względem zmiennej  $X$ ;
- oszacować równanie regresji zmiennej  $X$  względem zmiennej  $Y$ ;
- wyznaczyć wartość współczynnika korelacji  $r_{xy}$ ;
- określić szacunkową wielkość powierzchni sal wykładowych w jednej z krakowskich uczelni, jeśli ta zdecyduje się kształcić 15000 osób.

e) oszacować wariancję resztową dla obu równań regresji.

6. Dane są:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 480, \quad S^2(X) = 10, \quad S^2(Y) = 40, \quad \bar{X} = 5, \quad \bar{Y} = 8, \quad n = 10.$$

Znaleźć:

- równanie regresji zmiennej  $Y$  względem zmiennej  $X$ ,
- równanie regresji zmiennej  $X$  względem zmiennej  $Y$ ,
- wartość współczynnika korelacji liniowej między tymi zmiennymi.

7. Badając zależność między wielkością produkcji  $X$  pewnego wyrobu a zużyciem  $Y$  pewnego surowca wykorzystywanego w produkcji otrzymano dla losowej próby 7 obserwacji następujące wyniki ( $x_i$  w tys. sztuk,  $y_i$  w tonach):

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7
$y_i$	8	13	14	17	18	20	22

- Wyznaczyć liniową funkcję regresji zużycia surowca względem wielkości produkcji.
- Przy współczynniku ufności 0,95 oszacować metodą przedziałową współczynnik regresji zużycia surowca względem wielkości produkcji.
- Na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezę, że współczynnik regresji w populacji generalnej ma wartość większą od 1,5.