„Absolwent informatyki lub matematyki specjalistą na rynku pracy”
Projekt nr POKL.04.01.02-00-017/09-00
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, Program Operacyjny Kapitał Ludzki, Priorytet IV, Działanie 4.1, Poddziałanie 4.1.2

Podstawy rachunku prawdopodobieństwa

I rok matematyki

Lista nr 7

Parametry zmiennych losowych skokowych

Niech X będzie zmienną losową skokową.

Wartością oczekiwaną zmiennej X nazywamy liczbę $EX = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(o ile istnieje i jest skończona).

Wariancją zmiennej X nazywamy liczbę $D^2X = E(X - EX)^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - EX)^2 p_i$

(o ile istnieje i jest skończona).

Odchyleniem standardowym zmiennej X nazywamy liczbę $DX = \sqrt{D^2X}$

Ogólnie **momentem zwykłym** rzędu k zmiennej X nazywamy liczbę $E(X^k) = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i$

(o ile istnieje i jest skończona).

Momentem centralnym rzędu k zmiennej X nazywamy liczbę $E(X - EX)^k = \sum_{i=1}^{n} (x_i - EX)^k p_i$

(o ile istnieje i jest skończona).

Dominantą zmiennej X nazywamy jej wartość występującą najczęściej, tzn. z największym prawdopodobieństwe

Medianą zmiennej X nazywamy liczbę Me, spełniającą warunki:

$$P(X \leqslant Me) \geqslant 0,5 \;\wedge\; P(X \geqslant Me) \geqslant 0,5$$

Kwartylem pierwszym (dolnym) zmiennej X nazywamy liczbę Q_1, spełniającą warunki:

$$P(X \leqslant Q_1) \geqslant 0,25 \;\wedge\; P(X \geqslant Q_1) \geqslant 0,75$$

Kwartylem trzecim (górnym) zmiennej X nazywamy liczbę Q_3, spełniającą warunki:

$$P(X \leqslant Q_3) \geqslant 0,75 \;\wedge\; P(X \geqslant Q_3) \geqslant 0,25$$

Ogólnie **kwantylem** rzędu p zmiennej X nazywamy liczbę Q_p, spełniającą warunki:

$$P(X \leqslant Q_p) \geqslant p \;\wedge\; P(X \geqslant Q_p) \geqslant 1 - p$$

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

1. Rzucamy czterema symetrycznymi monetami. Zmienna losowa przyjmuje wartości równe ilości wyrzuconych reszek. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję tej zmiennej losowej. Która wartość dominuje?

2. Rzucamy dwiema kostkami. Oblicz wartość oczekiwaną zmiennej losowej X, która jest sumą ilości wyrzuconych oczek.

3. Rzucamy n razy monetą. Ilu orłów można się spodziewać?

4. Rzucamy n razy kostką? Jakiej sumy oczek oczekujemy?

5. Oblicz wartość oczekiwaną, wariancję, dominantę i medianę zmiennej losowej X o rozkładzie:

a)

x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0,1	0,3	0,1	0,2	0,3

b)

x_i	-2	0	1	2	4	5	6
p_i	0,1	0,05	0,1	0,2	0,3	0,1	0,05

6. Dany jest rozkład zmiennej losowej X:

x_i	0	1	2	5
p_i	0,1	a	0,1	b

Wiedząc, że wartość oczekiwana X wynosi 1,5 wyznacz stałe a, b oraz wyznacz medianę i dominantę X.

7. Mając dystrybuantę zmiennej X wyznacz najważniejsze parametry X.

$$F(x) = \begin{cases} 0, \ dla \quad x < -1 \\ 0,2, \ dla \quad -1 \leqslant x < 1 \\ 0,6, \ dla \quad 1 \leqslant x < 3 \\ 0,9, \ dla \quad 3 \leqslant x < 8 \\ 1, \ dla \quad x \geqslant 8 \end{cases}$$

8. Udowodnij, że w rozkładzie Bernoulliego z parametrami n, p zachodzi: $EX = np, \ D^2(X) = npq$.

9. Ze zbioru odcinków: jeden o długości 4 cm, dwa o długości 5 cm i trzy o długości 6 cm losujemy trzy odcinki i budujemy z nich trójkąt. Oblicz wartość zmiennej losowej, która jest obwodem wylosowanego trójkąta.