

## Rachunek prawdopodobieństwa

Zagadnienia na egzamin 2009-2010

1. Rodzina zdarzeń probabilizowalnych: definicja i własności ciała oraz  $\sigma$ -ciała
2. Prawdopodobieństwo: aksjomatyczna definicja Kołmogorowa, podstawowe własności.
3. Wybrane modele zjawisk losowych: charakteryzacja rozkładów dyskretnych, prawdopodobieństwo geometryczne - definicja i własności miary Lebesgue'a
4. Prawdopodobieństwo warunkowe: podstawowe własności, wzór łańcuchowy, wzór na prawdopodobieństwo całkowite oraz wzór Bayesa
5. Niezależność zdarzeń: niezależność pary oraz ciągu zdarzeń i ich własności.
6. Schemat Bernoulliego: rozkład ilości sukcesów w schemacie skończonym, Twierdzenie Poissona, nieskończony ciąg prób Bernoulliego jako prawdopodobieństwo geometryczne na  $[0, 1]$ .
7. Zmienne losowe: charakteryzacje, rozkłady i rodzaje zmiennych losowych.
8. Dystrybunta: własności i warunki charakteryzujące, dystrybuanty rozkładów dyskretnych, ciągłych i osobliwych.
9. Funkcje zmiennych losowych: zmiana rozkładu przy funkcji liniowej oraz funkcji kawałkami gładkiej.
10. Wartość oczekiwana jako całka według prawdopodobieństwa: konstrukcja całki Lebesgue'a, podstawowe własności wartości średniej.
11. Wartość oczekiwana: wzory dla rozkładów dyskretnych i ciągłych, przykład dla rozkładu osobliwego, wartość średnia jako całka Riemanna z dystrybuanty.
12. Parametry liczbowe rozkładów: wariancja i jej własności, ogólna klasyfikacja momentów, nierówność Höldera.
13. Kowariancja i współczynnik korelacji: definicje i własności, nierówność Schwartza, zagadnienie portfela inwestycyjnego.
14. Wielowymiarowe zmienne losowe: rozkład wielowymiarowy i jego rozkłady brzegowe, dystrybuanta, wartość średnia i macierz kowariancji wektora losowego.
15. Niezależność zmiennych losowych: charakteryzacje i implikacje.
16. Konstrukcja warunkowej wartości oczekiwanej: wartość oczekiwana pod warunkiem zdarzenia, wartość oczekiwana pod warunkiem przeliczalnego rozbicia na zdarzenia, wartość oczekiwana pod warunkiem  $\sigma$ -ciała i jej własności, warunkowa wartość oczekiwana pod warunkiem zmiennej losowej.
17. Prawo wielkich liczb: nierówność Czebyszewa, Twierdzenia Chinczyna i Bernoulliego, prawdopodobieństwo a częstość.
18. Twierdzenia graniczne dla schematu Bernoulliego: Twierdzenie Poissona jako prawo małych liczb, ogólne oszacowanie dla rozkładu dwumianowego, lokalne twierdzenie graniczne Moivre'a-Laplace'a, integralne twierdzenie graniczne Laplace'a.
19. Ogólne twierdzenia graniczne: centralne twierdzenia graniczne - Twierdzenie Lindeberga-Leviego, Twierdzenie Lapunowa, zbieżność prawie wszędzie oraz według prawdopodobieństwa, mocne prawo wielkich liczb Kołmogorowa.