Praca domowa 1
Termin oddania 01.03.2011

Zad 1. Wykazać, że jeżeli $(X, \|\cdot\|)$ jest przestrzenią unormowaną, to wzór $d(x,y) := \|x-y\|$ zadaje na X metrykę (jest to tzw. metryka zadana przez normę)

Praca domowa 2
Termin oddania 22.03.2011

Zad 1. Pokazać, że jeśli (X, d) jest przestrzenią metryczną, to metrykami są również funkcje

$$d_1(x,y) = a \cdot d(x,y),\ a > 0, \qquad d_2(x,y) = \min\{d(x,y), 1\}, \qquad d_3(x,y) = \frac{d(x,y)}{1 + d(x,y)}.$$

Pokazać, że metryki te wprowadzają na X tą samą rodzinę zbiorów otwartych, co wyjściowa metryka d.

Zad 2. Niech τ będzie rodziną wszystkich zbiorów otwartych w przestrzeni metrycznej (X, d). Wykazać, że

i) $\emptyset \in \tau$ i $X \in \tau$, ii) $U_1, U_2 \in \tau \Longrightarrow U_1 \cap U_2 \in \tau$, iii) $\{U_i\}_{i \in I} \subset \tau \Longrightarrow \bigcup_{i \in I} U_i \in \tau$.
Pokazać na przykładzie, że przekrój nieskończonej ilości zbiorów otwartych nie musi byc zbiorem otwartym.