

Procesy stochastyczne
Zagadnienia na egzamin 22.06.2018

1. Warunkowa wartość oczekiwana - istnienie i jednoznaczność, szczególne przypadki, rozkłady warunkowe.
2. Procesy stochastyczne. Podstawowe pojęcia: trajektoria, typy procesów, procesy nieróżnialne, wartość oczekiwana, kowariancja, korelacja.
3. Rozkład procesu stochastycznego. Rozkłady skończenie wymiarowe, σ -ciało zbiorów cylindrycznych
4. Twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu: warunki zgodności.
5. Łańcuchy Markowa. Opis rozkładu za pomocą macierzy przejścia, macierz stochastyczna, jednorodnie łańcuchy Markowa.
6. Klasyfikacja stanów i rozkład łańcucha Markowa na części nieprzywiedlne powracające oraz zbiór stanów chwilowych.
7. Okresowe i nieokresowe nieprzywiedle łańcuchy Markowa - istnienie rozkładów stacjonarnych.
8. Filtracje: pojęcie procesu adaptowanego do filtracji, charakteryzacja procesów o przyrostach niezależnych w terminach filtracji.
9. Momenty stopu: definicja, charakteryzacje, przykłady.
10. σ -ciało zdarzeń obserwowalnych do momentu stopu: definicja, własności, przykłady
11. Martynały: definicja (nad, pod)-martynału, własności, przykłady.
12. Twierdzenie Dooba o opcjonalnym zatrzymaniu martynału z czasem dyskretnym (dowód) i ciągłym.
13. Jednostajna całkowalność: definicja, charakteryzacja, charakteryzacja zbieżności w L^p za pomocą jednostajnej całkowalności i zbieżności według prawdopodobieństwa.
14. Zbieżność martynałów przestrzeniach L^p .
15. Proces Wienera: definicja, charakteryzacja jako proces gaussowski (dowód), charakteryzacja jako proces o przyrostach stacjonarnych.
16. Całka Paleya-Wienera: konstrukcja i własności.
17. Całka Ito względem procesu Wienera: konstrukcja całki, przestrzeń Hilberta martynałów ciągłych, pojęcie procesu prognozowalnego.
18. Procesy Ito i wzór Ito - przykłady.