

Analiza Zespólona

Zagadnienia na egzamin 09.02.2023

1. Własności algebraiczne ciała liczb zespolonych i ich geometryczna interpretacja: mnożenie, potęgowanie i pierwiastkowanie zespolone.
2. Topologiczne własności płaszczyzny zespolonej i zespolone szeregi potęgowe: zbieżność ciągów i szeregów, zbieżność szeregów potęgowych (obszar zbieżności, wzór Cauchy-Hadamarda).
3. Podstawowe funkcje zespolone i ich własności: funkcje e^z , $\cos z$, $\sin z$, $\cosh z$, $\sinh z$.
4. Pochodna zespolona: przykłady, reguły różniczkowania, związek z różniczkowalnością rzeczywistą (równania Cauchy-Riemanna).
5. Funkcje holomorficzne: definicja, lokalna odwracalność funkcji holomorficznych, holomorficzność funkcji analitycznych (różniczkowanie szeregów potęgowych).
6. Całki krzywoliniowe: pojęcie i rodzaje dróg, definicja całki po drodze i jej podstawowe własności (liniowość, niezależność od klasy równoważności dróg, szacowanie z użyciem długości drogi).
7. Funkcja pierwotna i zbiory n -spójne: definicja, niezależność całki od drogi całkowania dla funkcji posiadających funkcje pierwotne, istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji analitycznej, uzwarzenie płaszczyzny zespolonej (sfera Riemanna) i pojęcie zbioru n -spójnego .
8. Podstawowe Twierdzenie Cauchy (o zerowaniu się całki po krzywej zamkniętej dla funkcji holomorficznej na zbiorze jednospójnym) oraz wnioski (zastosowanie dla całek po brzegu zbioru n -spójnego, istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji holomorficznej na zbiorze jednospójnym) .
9. Wzór Całkowy Cauchy i analityczność (rozwijalność w szereg Taylora) funkcji holomorficznej.
10. Różne charakteryzacje funkcji holomorficznych, miejsca zerowe takich funkcji i nieograniczoność funkcji całkowitych (Twierdzenie Louville'a).
11. Zasada maksimum i funkcje harmoniczne (informacyjnie).
12. Szeregi Laurenta: pojęcie i obszar zbieżności szeregu Laurenta, rozwijalność funkcji holomorficznych w szereg Laurenta.
13. Izolowane punkty osobliwe, ich klasyfikacja i charakteryzacje, osobliwość w ∞ .
14. Metoda residuów: pojęcie i wzory na obliczenie residuum, całka z krzywej zamkniętej za pomocą residuów, całka niewłaściwa z funkcji rzeczywistej za pomocą residuów.
15. Przedłużenia analityczne i funkcje wieloznaczne: pojęcie przedłużenia analitycznego, wieloznaczne funkcje analityczne i ich gałęzie, przykłady (logarytm zespolony i zespolona funkcja potęgowa o wykładniku zespolonym).