

C^* -algebry
Zagadnienia na egzamin 16.02.2025

1. Algebry Banacha, definicja i przykłady.
2. Ujedynkowanie algebry Banacha i Twierdzenie o zanurzeniu algebry Banacha w algebrę operatorów ograniczonych na przestrzeni Banacha.
3. Ideały w algebrach Banacha i algebry ilorazowe.
4. Podstawowe własności zbioru elementów odwracalnych oraz widma w zespolonych algebrach z jedyneką. Promień spektralny.
5. Zależność widma od nadalgebry.
6. Definicja i własności widma w algebrach bez jedynek oraz w algebrach rzeczywistych.
7. Charaktery na zespolonych algebrach Banacha z jedyneką, ich własności i związek z ideałami maksymalnymi.
8. Twierdzenie Gelfanda-Mazura.
9. Transformata Gelfanda i Twierdzenie Gelfanda dla przemiennej zespolonej algebry Banacha z jedyneką.
10. Twierdzenie Gelfanda dla przemiennej zespolonej algebry Banacha bez jedynek.
11. Definicja i przykłady C^* -algebr. Ujedynkowanie C^* -algebry.
12. Jednoznaczność normy i automatyczna kontraktywność $*$ -homomorfizmów między C^* -algebrami.
13. Rzeczywiste i zespolone Twierdzenie Stone'a-Weierstrassa.
14. Twierdzenie Gelfanda-Naimarka charakteryzujące przemienne C^* -algebry.
15. Charakteryzacja C^* -algebr generowanych przez elementy normalne.
16. Niezależność widma od C^* -nadalgebry.
17. Elementy dodatnie i częściowy porządek w C^* -algebrach.
18. Pierwiastkowanie w C^* -algebrach. Definicja i twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności pierwiastka.
19. Jedynki aproksymatywne. Definicja i twierdzenie o istnieniu dodatniej jedynki kontraktywnej w C^* -algebrze.
20. Twierdzenie o automatycznej samosprężoności domkniętych ideałów w C^* -algebrach.
21. Twierdzenie o istnieniu C^* -algebry ilorazowej.
22. Charakteryzacja jedynkowych homomorfizmów między przemiennymi C^* -algebrami.
23. Automatyczna domkniętość obrazu $*$ -homomorfizmu między C^* -algebrami.
24. Funkcjonały dodatnie i stany.
25. Konstrukcja GNS i twierdzenie Gelfanda-Naimarka-Segal.