Autor: Natalia Stolarska

Szkoła: IV Liceum Ogólnokształcące im. Emilii Sczanieckiej w Łodzi ul. Pomorska 16

Klasa: 2 DP

E-mail: n.stolarska6@wp.pl

Pytanie badawcze: **Na którą butelkę o objętości 1.5L zużywa się mniej plastiku?**

Wstęp

Na przestrzeni lat, masowe zużycie tworzyw sztucznych stało się jednym z największych problemów cywilizacyjnych. Czas rozkładu produktów wykonanych z owych materiałów może liczyć nawet 1000 lat, pozostawiając ogromny ślad na środowisku naturalnym, co jest dużym zagrożeniem dla naszej planety.

Bez wątpienia, najlepszym sposobem na zmniejszenie negatywnego wpływu jaki powoduje rozpad tworzyw sztucznych jest segregacja. Jednak oprócz tego, można kupować produkty, których opakowanie jest wykonane z tworzyw ekologicznych lub wybierać tzw.”mniejsze zło”, czyli korzystać z tworów marek, zużywających mniej materiału niż inne.

Dlatego też, postanowiłam zbadać, która z butelek z wodą, spośród tych najczęściej przeze mnie wybieranych, wykonana jest z mniejszej ilości plastiku. Pozwoli mi to udoskonalić moje wybory konsumenckie i zmniejszyć ich negatywny wpływ na środowisko.

W celu obliczeń wykorzystany został wzór na pole powierzchni bryły obrotowej $A = \int 2\pi y ds$, który koresponduje z ilością zużytego plastiku podczas produkcji butelek.

Hipoteza: Przypuszczam, że butelka marki „Saguaro” ma mniejsze pole powierzchni, ponieważ pomimo większej wysokości, ma ona więcej wcięć i wgłębień.

Butelka „Saguaro”

Przedstawienie na grafie i obliczanie współrzędnych

Aby obliczyć pole powierzchni bryły obrotowej należy znać funkcje opisujące dany przedmiot. W tym przypadku, są one nieznane, dlatego wyznaczyłam je przy pomocy znalezionych poniżej współrzędnych.

Za pomocą sznurka zmierzyłam obwód butelki w trzech miejscach, które są wskazane na poniższym zdjęciu:

Znając wymiary obwodów, znalazłam promienie, posługując się wzorem na obwód okręgu:

$$L = 2\pi r$$

Który przekształciłam, wyznaczając promień:

$$r = \frac{L}{2\pi}$$

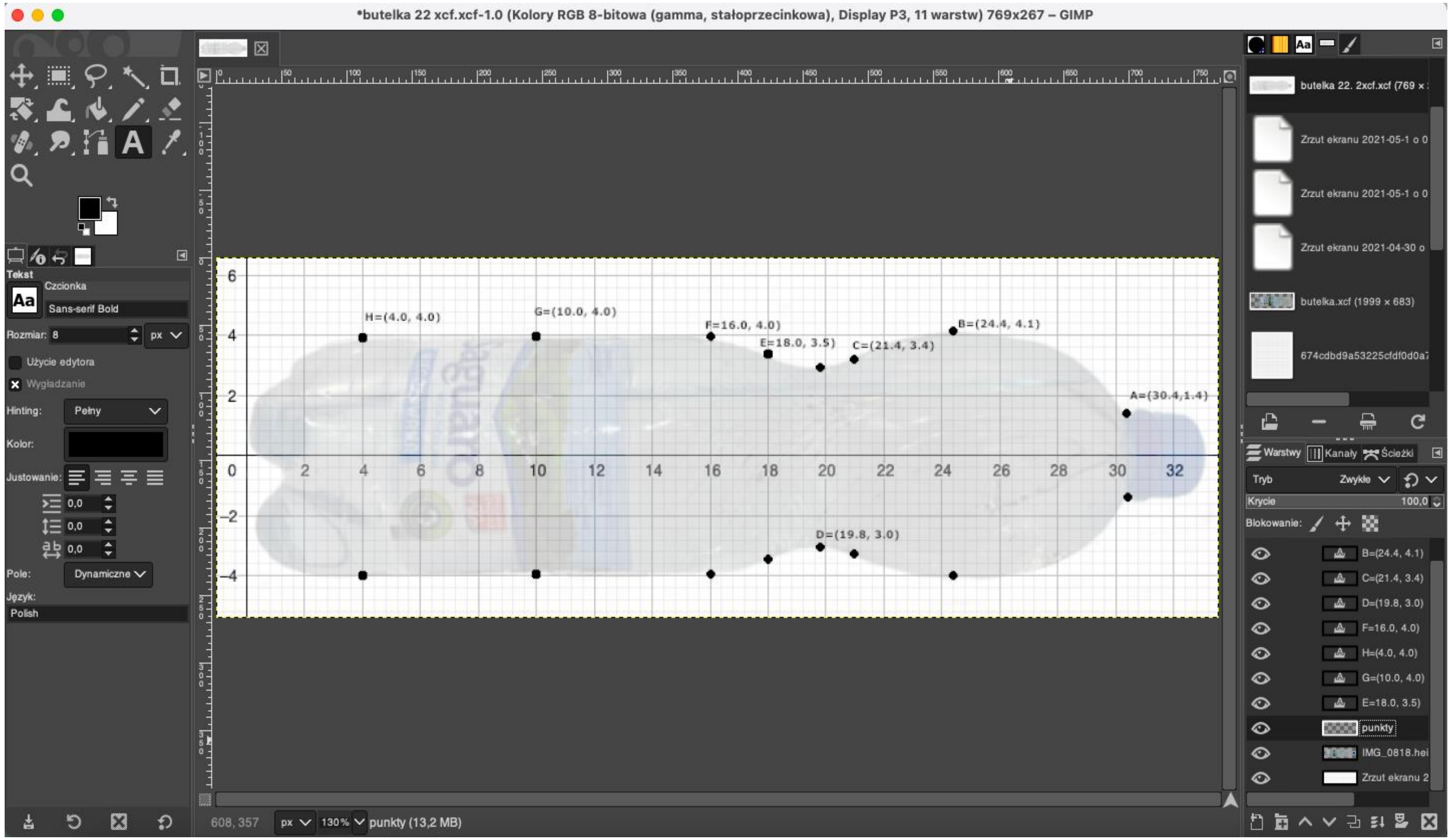
np.

$$r = \frac{25,1}{2\pi} = 3,99 \approx 4$$

Wszystkie wymiary znajdują się w tabeli:

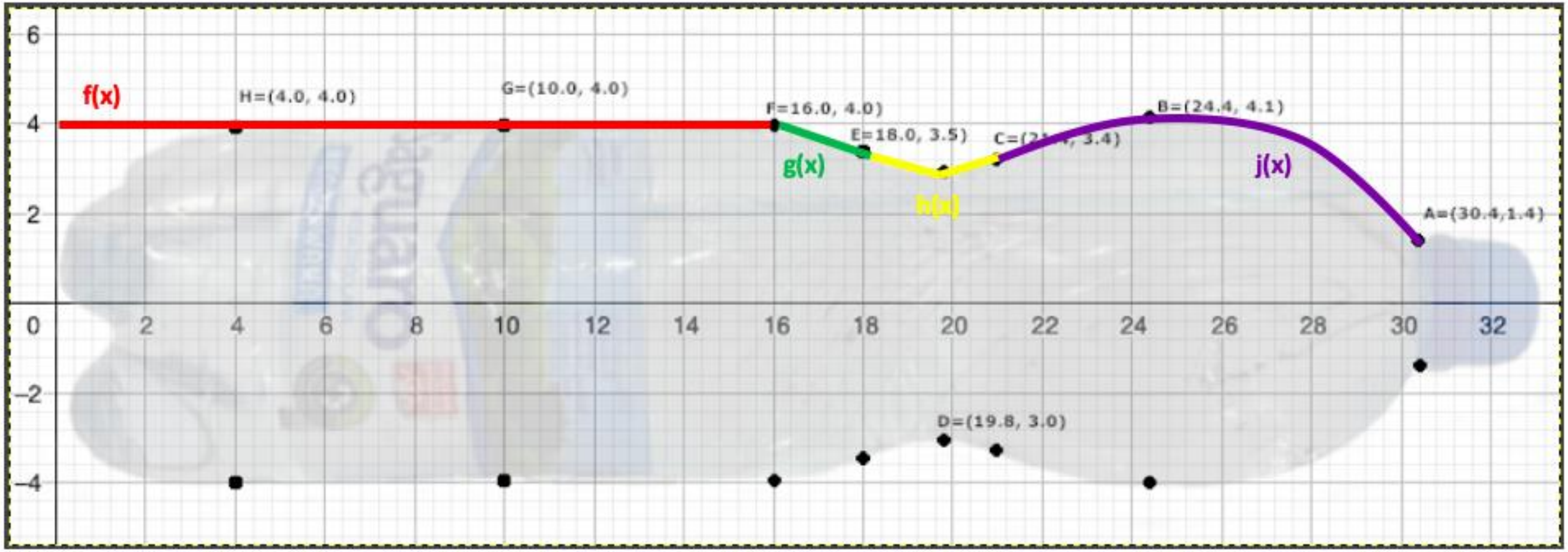
	Promień (cm)	Obwód(cm)
Góra	1,4	8,8
Środek	3	18,8
Dół	4	25,1

Następnie zrobiłam zdjęcie butelki i za pomocą programu GIMP wkleiłam ją na wykres funkcji, tak aby powyższe wartości pokrywały się z tymi na wykresie. Pozwoliło mi to określić pozostałe potrzebne współrzędne, co jest widoczne na obrazie poniżej:



Wyznaczanie funkcji

Butelkę podzieliłam na cztery funkcje, tak jak na zdjęciu poniżej:



Funkcja j(x)

Funkcja ma kształt paraboli oraz znane są współrzędne wierzchołka, dlatego w celu jej wyznaczenia, użyłam postaci kanonicznej funkcji kwadratowej. W pierwszej kolejności podstawiłam współrzędne wierzchołka:

$$j(x) = a\,(x-24{,}4)^2 + 4{,}1$$

Następnie wyznaczyłam współczynnik kierunkowy, poprzez podstawienie współrzędnych punktu, który leży na tej funkcji:

$$a = \frac{1{,}4-4{,}1}{(30{,}4-24{,}4)^2} = -\,0{,}075$$

Po znalezieniu współczynnika kierunkowego, byłam w stanie wyznaczyć funkcję:

$$j(x) = -0{,}075(x-24{,}4)^2 + 4{,}1 \qquad \mathbf{j(x) = -0{,}075x^2 + 3.66x - 40.552}$$

Funkcja h(x)

Ponieważ funkcja h(x) jest również parabolą, zastosowałam tę sama metodę co do funkcji j(x).

$$\mathbf{h(x) = 0,156x^2 – 6,18x + 64,16}$$

Funkcja g(x)

Funkcja g(x) to funkcja liniowa, charakteryzująca się wzorem:

$$y = ax + b$$

gdzie: a-współczynnik kierunkowy, b-wyraz wolny

Na początku, wyznaczyłam współczynnik kierunkowy, podstawiając współrzędne punktów pod wzór ogólny i rozwiązując układ równań:

$$\begin{cases} 3{,}5 = 18a + b \\ 4 = 16a + b \end{cases}$$

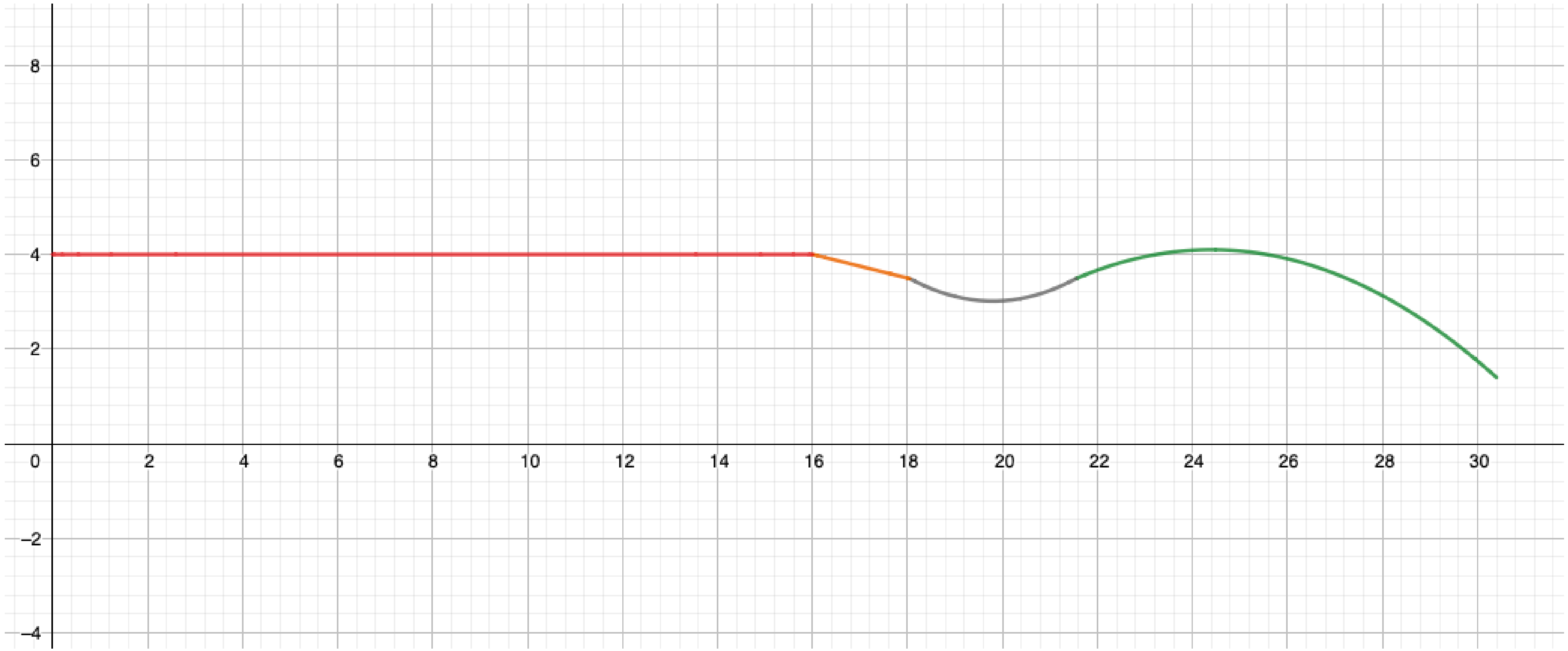
$$a = - 0.25$$

Czyli: **g(x) = -0,25x + 8**

Funkcja f(x)

Funkcja f(x) jest stała i równa się 4, dlatego:

$$f(x) = 4$$



Wyznaczone wyżej funkcje narysowane za pomocą programu GeoGebra

Obliczanie pola powierzchni

Pole zostało obliczone ze wzoru na pole powierzchni bryły obrotowej:

$$A= \int_a^b 2\pi y ds = \int_a^b 2\pi y\sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}dx, \text{ ponieważ } ds = \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}dx$$

Funkcja f(x) = 4

Najpierw obliczyłam pierwszą pochodną: f’ = 0

Następnie podstawiłam i używając kalkulatora graficznego obliczyłam:

$$A_{f(x)} = \int_0^{16} 2 \times 4\,\pi\sqrt{1 + 0^2}\,dx$$

$$\mathbf{A_{f(x)} = 401.92\ cm^2}$$

Używając tej samej metody obliczyłam pozostałe funkcje :

Funkcja $g(x) = -0{,}25x + 8$ $\mathbf{A_{g(x)} \approx 49{,}68cm^2}$

Funkcja $h(x) = 0{,}156x^2 – 6{,}18x + 64.16$ $\mathbf{A_{h(x)} \approx 71{,}83cm^2}$

Funkcja $j(x) = -0{,}075x^2 + 3.66x - 40.552$ $\mathbf{A_{j(x)} \approx 203.85\ cm^2}$

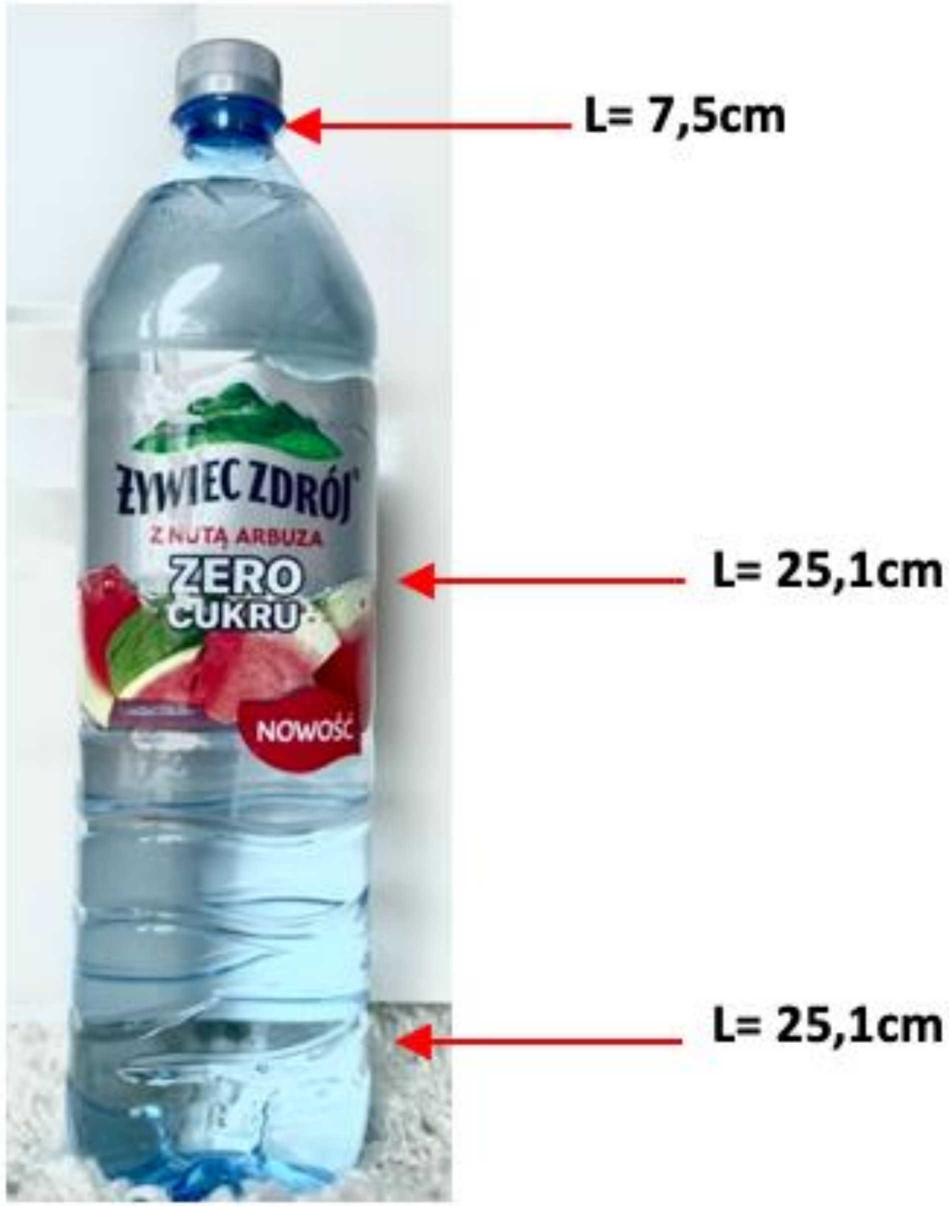
Po obliczeniu każdej części, zsumowałam wyniki, co dało pole powierzchni całkowitej butelki „Saguaro”:

$A_{f(x)} + A_{g(x)} + A_{h(x)} + A_{j(x)} = 401.92\ cm^2 + 49{,}68cm^2 + 71{,}83cm^2 + 203.85\ cm^2 = \mathbf{727.28\ cm^2}$

Butelka „Żywiec Zdrój“

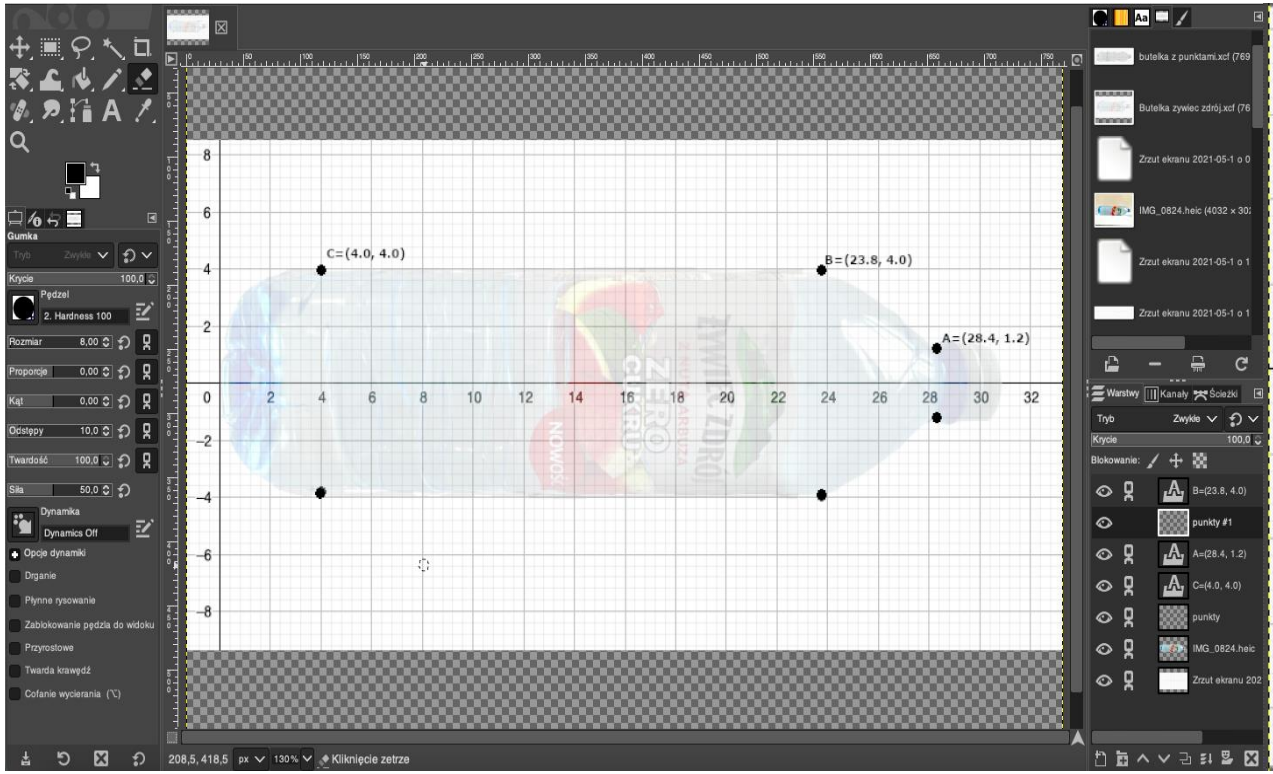
Przedstawienie na grafie i obliczanie współrzędnych

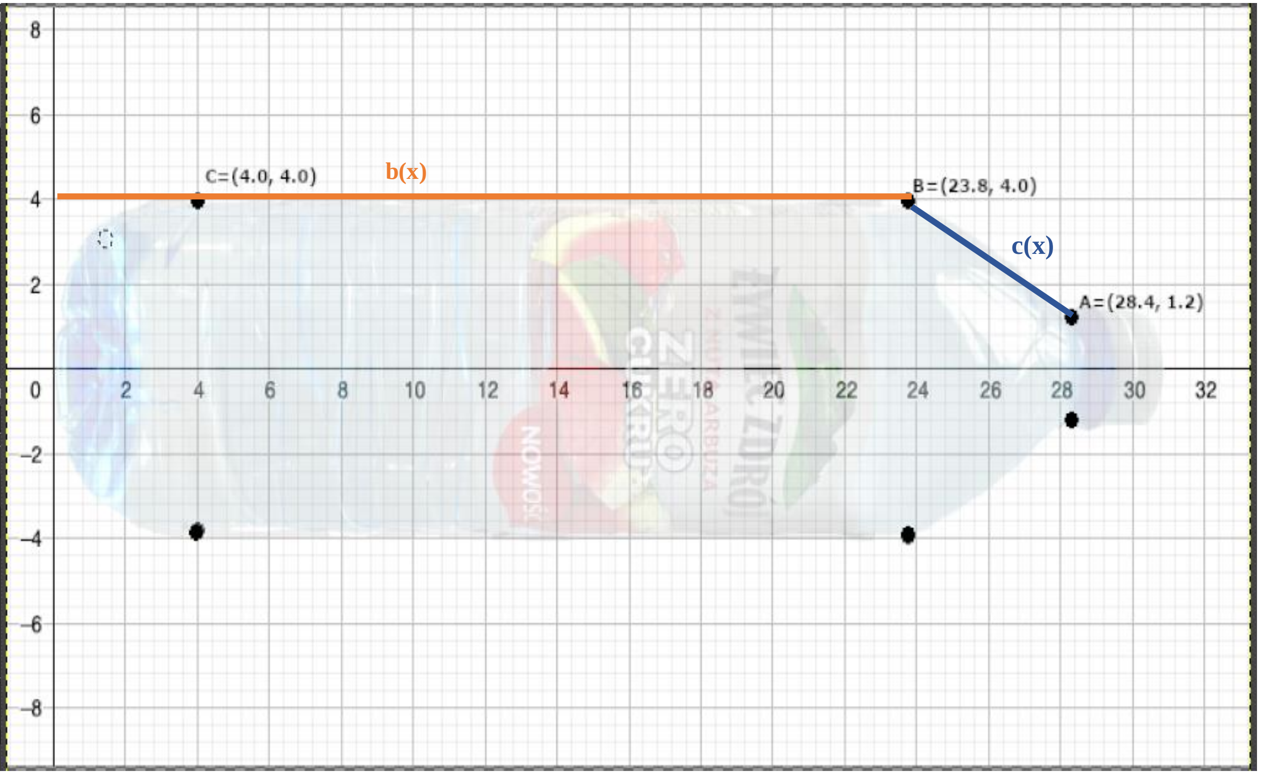
Używając tej samej metody, co z butelką „Saguaro”, zmierzyłam butelkę „Żywiec Zdrój” w ukazanych na zdjęciu miejscach, a następnie obliczyłam wartości promieni (w tabelce).



	Promień (cm)	Obwód(cm)
Góra	1,2	7,5
Środek	4	25,1
Dół	4	25,1

Wkleiłam butelkę na wykres funkcji (zdjęcie po lewej), a następnie podzieliłam na 2 funkcje (zdjęcie po prawej)





Funkcja b(x)

Jest to funkcja stała i równa się 4, dlatego:

b(x) = 4

Funkcja c(x)

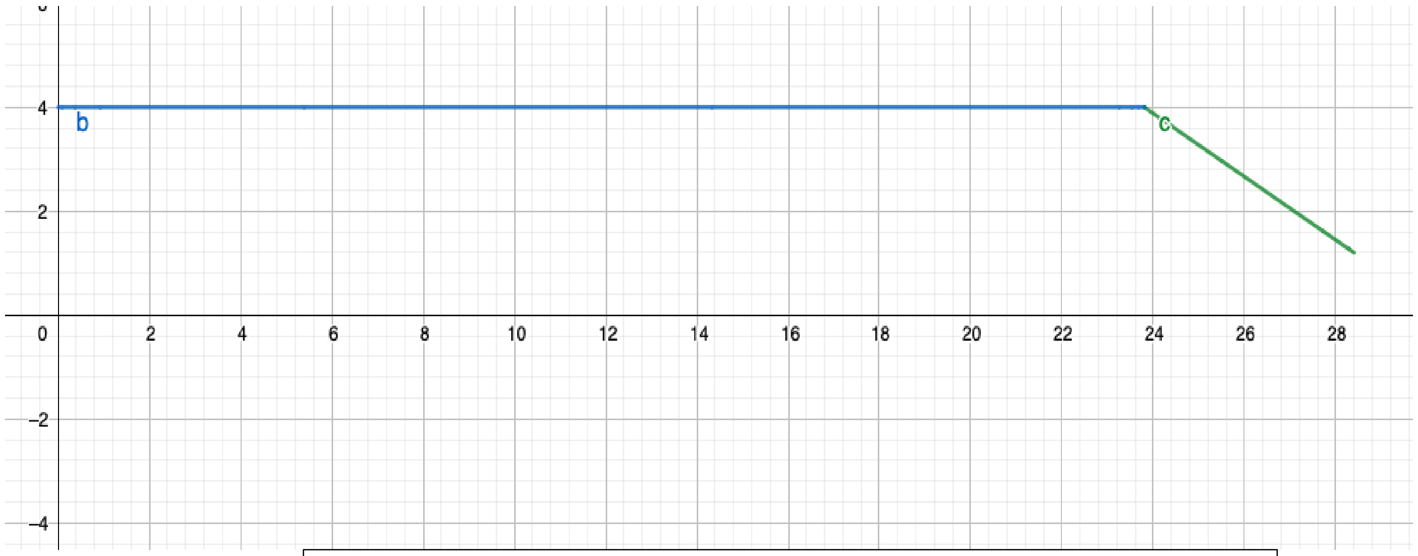
Funkcja c(x) jest funkcją liniową, czyli: y = ax + b

Za pomocą układu równań obliczyłam współczynnik kierunkowy:

$$\begin{cases} 4 = 23{,}8a + b \\ 1{,}2 = 28{,}4a + b \end{cases}$$

a = -0,609

c(x) = -0,609x + 18,4942



Wyznaczone wyżej funkcje narysowane za pomocą programu GeoGebra

Używając tej samej metody, co przy butelce „Saguaro” obliczyłam pole powierzchni

Funkcja b(x) = 4 **$A_{b(x)}$= 597,856 cm²**

Funkcja c(x) = -0,609x + 18,4942 **$A_{c(x)}$ = 87,917 cm²**

Zsumowane wyniki:

$A_{b(x)\,+}\,A_{c(x)}$ = 597,856 + 87,917 = **685.773 cm²**

Ograniczenia

Po pierwsze, wymiary butelek mogą być obarczone błędem ludzkim, który jest w większości przypadków nieunikniony. Tutaj, był on spowodowany niedokładnością moją lub przyrządu wybranego do mierzenia, czyli sznurka i miarki. Niemniej jednak, próbowałam go jak najbardziej wyeliminować używając programu GIMP, który pomógł mi w dość precyzyjny sposób określić punkty trudne do zmierzania, jak i uszczegółowić współrzędne tych punktów zmierzonych ręcznie.

W dodatku, oba kształty butelek nie mogły być dokładnie zmierzone, z powodu licznych wgłębień, nierówności i szczelin.

Należy również pamiętać o tym, że wyznaczając funkcje w butelce „Saguaro”, ominęłam wgłębienia dolne charakterystyczne dla większości butelek i przyjęłam, że jej spód jest płaski, co mogło w znaczący sposób wpłynąć na pole powierzchni.

Co więcej, większość obliczeń została zaokrąglona do 1,2 lub 3 miejsc po przecinku co zmniejszyło dokładność wyników eksperymentu.

Grubość butelek nie została wzięta pod uwagę, ponieważ jest ona nieznana. Stanowi to duże ograniczenie, które może w ogromny sposób wpływać na wywarte konkluzje.

Podsumowanie

Przeprowadzony eksperyment pozwolił mi dowieść, która butelka z tych, które najczęściej kupuję, ma mniejsze pole powierzchni, czyli zużywa mniej plastiku. Okazało się, że jest to butelka marki „Żywiec Zdrój”, która według moich obliczeń zużywa aż 41.507 cm^2 mniej materiału niż jej konkurent. Wynik jest niezgodny z moją hipotezą, która przewidywała, że to butelka „Saguaro” zużywa mniej plastiku.

Dzięki temu badaniu jestem w stanie ulepszyć moje wybory konsumenckie, tak aby jak najbardziej ograniczyć negatywny wpływ plastiku na środowisko. Oprócz tego, dzięki przeprowadzonej analizie wiem jak obliczyć pole powierzchni produktów o nieregularnych kształtach, co pozwoli mi na przeprowadzanie podobnych eksperymentów w przyszłości na innych przedmiotach.