matematyka ubezpieczeniowa
III rok informatyki i ekonometrii
lista 3

przyszły obcięty czas życia

1. Niech $s(x) = (1 - \frac{x}{100})^{\frac{1}{2}}$ dla $0 \leq x \leq 100$. Obliczyć prawdopodobieństwo $P(K(20) = 20)$.
2. Zakładając, że przyszły czas życia noworodka w pewnej populacji ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 100]$ wyznaczyć przyszły obcięty czas życia
   a) noworodka;
   b) (20);
   c) (x), gdzie $x \in \mathbb{N}$.
3. Zakładając, że przyszły czas życia noworodka w pewnej populacji ma rozkład jednostajny na odcinku $[0, 100]$ wyznaczyć
   a) e_0;
   b) e_{20};
   c) e_x, gdzie $x \in \mathbb{N}$.
4. Wiedząc, że w pewnej populacji natężenie zgonów jest stałe tj.
$$\mu_x = \mu, \quad x \geq 0,$$
   wyznaczyć $P(K(20) \in [3, 5])$.

tablice trwania życia

5. Korzystając z tablic życia wyznacz prawdopodobieństwa nastepujących zdarzeń
   (a) (20) przeżyje jeszcze co najmniej rok;
   (b) dożycie 3 roku życia;
   (c) (90) dożyje 100 lat;
   (d) (15) przeżyje jeszcze co najmniej 50 lat;
   (e) (50) przeżyje dokładnie 2 lata (umrze pomiędzy 52 a 53 rokiem życia);
   (f) (30) nie dożyje 31 urodzin;
   (g) (80) przeżyje dokładnie 5 lat;
   (h) (15) umrze w wieku 30 lat;
   (i) (35) nie dożyje 45 urodzin;
   (j) (65) umrze przed osiągnięciem 70 roku życia.
6. Niech $X \sim U[0, \omega]$ oraz $l_0 = 100000$, obliczyć l_x oraz d_x dla $x = 1, \ldots, \omega$.
7. Mając dane $l_x = (115 - x)^{\frac{1}{2}}$ dla $0 \leq x \leq 115$ obliczyć prawdopodobieństwo, że osoba w wieku 34 lat umrze miedzy 66 a 79 rokiem życia.
8. Korzystając tylko z wartości umieszczonych w tablicy zycia w kolumnie p_x wyznacz prawdopodobieństwa zdarzenia plegającego na tym, że losowo wybrany
   a) (15) przeżyje co najmniej 3 lata;
   b) (20) przeżyje co najmniej 2 lata;
   c) (12) nie dożyje 14 roku życia;
   d) (70) nie dożyje 74 urodzin;
   e) noworodek nie dożyje wieku 5 lat.

9. Niech X będzie zmienna losową o dystrybuancie

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

   a) obliczyć ilość zgonów pomiędzy 45 a 50 rokiem życia przyjmując $l_0 = 100000$;
   b) pokazać, że $q_x = q_{x+1} = q_{x+2} = \dots$

10. Dla populacji ($l_0 = 100000$) noworodków w której $s(10) = 0,971$ ${}_{15}p_{10} = 0,986$ oraz ${}_{10}p_{15} = 0,990$ obliczyć

   a) najbardziej prawdopodobną liczbe osób, które dożyją wieku 25 lat;
   b) liczbę zgonów pomiędzy wiekiem 10 a 15 lat;
   c) prawdopodobieństwo, że (10) umrze pomiędzy 15 a 25 rokiem życia.

11. Jakim funduszem trzeba dysponować w chwili obecnej, aby obiecać grupie 1000 osób w wieku 35 lat płatności w wysokości 1j.p., które zostaną dokonane za 20 lat tym osobom, które dożyją 55 roku życia? Założyć stopę procentową w wysokości $i = 5\%$.

hipotezy interpolacyjne

12. Zakładając UDD pokazać, że

   a) $\overset{\circ}{e}_x = e_x + \frac{1}{2}$;
   b) $Var(T) = Var(K) + \frac{1}{12}$.

13. Mając dane $q_{50} = 0,02$ oraz $q_{51} = 0,03$ obliczyć ${}_{\frac{1}{4}|}\, q_{50}$ przy założeniu UDD oraz przy założeniu Balducciego.

14. Mamy dane:

$$\mu(80,5) = 0,0202 \qquad \mu(81,5) = 0,0408 \qquad \mu(82,5) = 0,0619$$

zakładając UDD obliczyć prawdopodobieństwo, że osoba w wieku 80,5 umrze w ciągu dwóch lat.

15. Jaka jest oczekiwana liczba osób z populacji miliona 35-latków, które umrą po ukończeniu 36 lat i 4 miesięcy życia i przed ukończeniem 37 lat i 8 miesięcy? Przyjmujemy założenie Balducciego, dotyczące umieralności w okresach ułamkowych. Dane są

$$q_{35} = 3 \cdot 10^{-3} \quad q_{36} = 6 \cdot 10^{-3} \quad q_{37} = 9 \cdot 10^{-3}$$

Przyjąć, że 1 miesiąc to $\frac{1}{12}$ roku. Podać najbliższą wartość:
Odpowiedź: (A) 9934, (B) 9944, (C) 9954, (D) 9966, (E) 9976.

16. Przy założeniu UDD obliczyć ${}_{10|1,5}q_{30}$, wiedząc, że

$$l_{30} = 523 \quad l_{40} = 436 \quad l_{41} = 427 \quad l_{42} = 417.$$

17. Znaleźć l_x, jeśli $l_0 = 1000$ oraz $\mu_t = at$.

18. Uzupełnić następującą tablicę trwania życia przy założeniu UDD, wiedząc, że $p_{20} = 0,99969$ oraz $q_{21} = 0,00032$

x	l_x
20	98597
20,5	
21	
21,5	
22	