

matematyka ubezpieczeniowa
III rok informatyki i ekonometrii
lista 4

1. Obliczyć \bar{A}_x jeśli μ_x jest stałe i wynosi $\frac{1}{70}$ dla każdego $x > 0$. Przyjąć $i = 5\%$. Czy wiek osoby kupującej ubezpieczenie ma wpływ na wartość JSN? Obliczyć wariancję obecnej wartości przyszłej płatności w tym ubezpieczeniu.
2. Niech zmienna losowa $T(x)$ ma rozkład zadany gęstością

$$g(t) = \frac{2}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{200}}, \quad t > 0$$

oraz niech $\delta = 0,05$. Pokazać, że

- a) $\bar{A}_x = 2e^{0,125}[1 - \phi(0,5)] \approx 0,6992$;
 - b) ${}^2\bar{A}_x = 2e^{0,5}[1 - \phi(1)] \approx 0,5232$;
 - c) $Var(Z) \approx 0,0343$, gdzie $Z = v^T$;
 - d) $v^{\bar{e}_x} = 0,6710 < 0,6992 = \bar{A}_x$.
3. Obliczyć wysokość JSN, którą zapłaci:
 - a) (20)-latek
 - b) (50)-latekw 30-letnim ubezpieczeniu na życie na kwotę 100 tys. j.p. płatnym w chwili śmierci, jeśli $X \sim U[0; 100]$ oraz $\delta = 0,02$. W obu przypadkach policzyć współczynnik zmienności.
 4. Wyznaczyć wysokość JSN, którą zapłaci (20)-latek w 30-letnim ubezpieczeniu na życie i dożycie na kwotę 100 tys. j.p. płatnym w chwili śmierci, jeśli $X \sim U[0; 100]$ oraz $\delta = 0,02$.
 5. Niech $X \sim U[0; 100]$, $i = 0,03$. Oblicz prawdopodobieństwo, że ubezpieczyciel poniesie stratę przy ubezpieczeniu 30-latka na całe życie (płatnym w chwili śmierci).
 6. Rozważmy ubezpieczenie bezterminowe sprzedawane osobie w wieku $x = 30$ lat. Obliczyć wysokość jednorazowej składki π tak, by z prawdopodobieństwo straty ubezpieczyciela było nie większe niż 10%. Założyć, że wymieraniem w tej populacji rządzi prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Przyjąć stopę procentową $i = 3\%$.
 7. Wykazać, że ${}^2\bar{A}_x$ równa się wartości \bar{A}_x obliczonej przy stopie procentowej $i^2 + 2i$.
 8. Czy prawdziwe są następujące formuły

a)

$$\bar{A}_x = \bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 + {}_n|\bar{A}_x;$$

b)

$${}_m|\bar{A}_x = {}_mE_x \cdot \bar{A}_{x+m}?$$