

**zastosowania funkcji tworzących  
matematyka, II stopień  
praca domowa 2**

1. Niech  $X$  będzie liczbą zdarzeń, które zajdą spośród zdarzeń  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Niech  $S_m = E\binom{X}{m}$ , pokażać, że

$$S_m = \sum_{j=m}^n \binom{j-1}{m-1} P(X \geq j), \quad 1 \leq m \leq n.$$

2. Rozważmy dwie zmienne losowe  $X, Y$  takie, że  $X \sim \text{Poisson}(Y)$  oraz  $Y \sim \text{Poisson}(\mu)$ . Pokazać, że

$$G_{X+Y}(x) = \exp[\mu(xe^{x-1} - 1)].$$

3. Niech  $X$  będzie zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem  $\Lambda$ , przy czym  $\Lambda$  ma rozkład wykładniczy z parametrem  $\mu$ . Pokazać, że wtedy  $X$  ma rozkład geometryczny.

**uwaga:**

- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

**termin oddania pracy domowej:** 20.04.2016;