

**zastosowania funkcji tworzących**  
**matematyka, II stopień**  
**praca domowa 3**

1. Niech  $X_1, X_2, \dots$  ciąg niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie i o wartościach w zbiorze  $\{1, -1\}$  (Przyjmijmy, że  $P(X_i = 1) = p$ ). Niech  $T_b$  oznacza moment pierwszego osiągnięcia wartości  $b$  przez  $S_n$ , gdzie  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ . Pokazać elementarnymi metodami, że

$$P(T_b = n) = \frac{b}{n} P(S_n = b).$$

2. Przy założeniach z poprzedniego zadania pokazać, że

$$E(T_b | T_b < \infty) = \frac{b}{|p - q|}, \quad b > 0.$$

3. Niech  $H_n$  będzie funkcją tworzącą łącznej liczby potomków w pierwszych  $n$  pokoleniach w zwykłym procesie gałęzkowym. Pokazać, że

$$H_n(s) = sG(H_{n-1}(s)).$$

4. Niech  $Z_n$  będzie liczbą potomków w  $n$ -tym pokoleniu w zwykłym procesie gałęzkowym. Pokazać, że

$$P(Z_n > N | Z_m = 0) \leq G_m(0)^N, \quad n < m.$$

**uwaga:**

- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

**termin oddania pracy domowej:** 7.06.2016;