

**probabilistyka**  
**matematyka, II stopień**  
**zadania domowe 1, 2 listopada 2011**

1. Wyznaczyć wartość parametru  $a \in \mathbb{R}$ , dla których funkcja  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  określona wzorem

$$F(x, y) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ lub } y < 0 \\ 0,25 & x \geq 0 \text{ i } y \in [0, 2) \\ 0,3 & x \in [0, 2) \text{ i } y \in [2, 3) \\ 0,5 & x \in [0, 2) \text{ i } y \geq 3 \\ a & x \geq 2 \text{ i } y \in [2, 3) \\ 1 & x \geq 2 \text{ i } y \geq 3. \end{cases}$$

jest dystrybuantą dwuwymiarowej zmiennej losowej. Wyznaczyć  $a$ , dla których ta zmienna ma rozkład

- a) czteropunktowy,
- b) pięciopunktowy.

2. Na przestrzeni probabilistycznej  $([0, 2], \mathcal{B}([0, 2]), P)$ , gdzie  $P$  jest prawdopodobieństwem geometrycznym określone są zmienne losowe  $X(\omega) = \mathbf{1}_{\{1\}}(\omega) + 2 \cdot \mathbf{1}_{(1,2]}(\omega)$ ,  $Y(\omega) = -\mathbf{1}_{[0, \frac{3}{2}]}(\omega) + \mathbf{1}_{(\frac{3}{2}, 2]}(\omega)$ . Wyznaczyć rozkład zmiennej losowej  $(X, Y)$ .

3. Dystrybuanta dwuwymiarowej zmiennej losowej

$$F(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \text{ lub } y < 0 \\ y & x \geq 0 \text{ i } y \in [0, 1) \\ 1 & x \geq 1 \text{ i } y \geq 1. \end{cases}$$

Wtedy (odpowiedzieć tak lub nie, przy czym odpowiedź uzasadnić):

- a)  $(X, Y)$  ma rozkład dyskretny,
- b)  $X$  ma rozkład jednostajny na  $[0, 1]$ ,
- c)  $Y$  ma rozkład dyskretny,
- d)  $D^2(X) \leq 1$ ,
- e)  $P(0 < X \leq 0,5, 0 < Y \leq 0,5) = 0,5$ .

4. Wyznaczyć parametr  $a$ , dla którego funkcja

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{ax}{8}, & -2 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 2, \\ \frac{y}{8}, & 0 < x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{w.p.p.} \end{cases}$$

jest gęstością pewnej dwuwymiarowej zmiennej losowej  $(X, Y)$ . Wyznaczyć gęstości rozkładów brzegowych. Obliczyć  $P(X + Y > 2)$ .

**uwaga:**

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja:  $0, \frac{1}{2}$  lub 1pkt;
- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

**termin oddania pracy domowej:** 18 listopada 2011;