

probabilistyka
matematyka, II stopień
zadania domowe 2, 18 listopada 2011

1. Niech X, Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie

$$P(X = k) = pq^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, p + q = 1.$$

Wyznaczyć: a) rozkład zmiennej losowej (X, Y) , b) rozkład zmiennej losowej $Z = \max(X, Y)$.

2. Niech $X \sim U[0, 2]$ a $Y = 2X$. Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej (X, Y) . Czy zmienne losowe X, Y są niezależne?

3. Zmienna losowa $Y = X^2$ ma rozkład zero-jedynkowy i $P(Y = 0) = \frac{1}{2}$. Wiadomo także, że $F_X(\frac{1}{2}) = \frac{2}{3}$. Wtedy (odpowiedzieć tak lub nie, przy czym odpowiedź uzasadnić):

a) $P(X = 1) = \frac{1}{2}$,

b) jeśli $x \in [-1, 0)$, to $F_X(x) = \frac{1}{6}$,

c) $cov(X, Y) = \frac{1}{12}$,

d) $D^2(X) = \frac{1}{4}$,

e) $E(XY) = E(X)E(Y)$.

4. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład normalny $N\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}\right)$. Oblicz współczynnik korelacji zmiennych losowych $(2X + Y, X - 2Y)$.

uwaga:

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania pracy domowej: 2 grudnia 2010;