

probabilistyka
matematyka, II stopień
zadania domowe 2, 9 grudnia 2011

1. Niech X, Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi, $P(X = 1) = \frac{1}{3}$, $P(X = 5) = \frac{2}{3}$, a $P(Y = 0) = P(Y = 2) = \frac{1}{2}$. Znaleźć rozkład (Z, U) , gdzie $Z = \min(X, Y)$, $U = \max(X, Y)$.
2. Zmienne losowe X i Y są niezależne i mają standardowy rozkład normalny. Czy $X + Y, X - Y$ są niezależne?
3. Niech X, Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na $[0, 2]$. Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej $Z = XY$.
4. Niech X_1, X_2, \dots, X_n będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie wykładniczym z parametrem λ . Udowodnić indukcyjnie, że zmienna losowa $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ ma rozkład Erlanga, tj. rozkład o gęstości:

$$g_n(x) = \frac{\lambda^n x^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda x} \mathbf{1}_{(0, \infty)}(x).$$

uwaga:

- za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 1 punkt;
- przewidziana jest punktacja: $0, \frac{1}{2}$ lub 1pkt;
- zadania można rozwiązywać w podzespołach dwuosobowych;

termin oddania pracy domowej: 11 stycznia 2012;