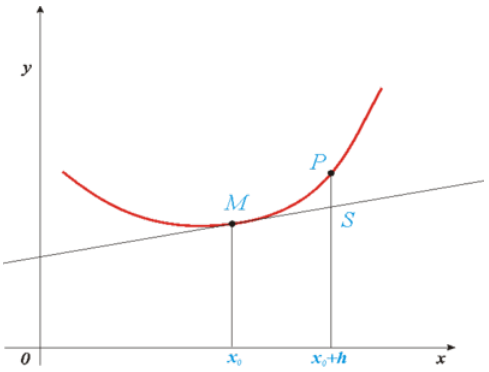
Równania różniczkowe
Pomoc dydaktyczna 3

Definicja 1. Funkcję $y = y(x)$ nazywamy *wypukłą* (*wypukłą w dół*) w przedziale (a, b), gdy wykres y leży ponad wykresem stycznej dla każdego $x \in (a, b)$. Funkcję $y = y(x)$ nazywamy *wklęsłą* (*wypukłą w górę*) w przedziale (a, b), jeśli wykres y leży pod wykresem stycznej dla każdego punktu $x \in (a, b)$.

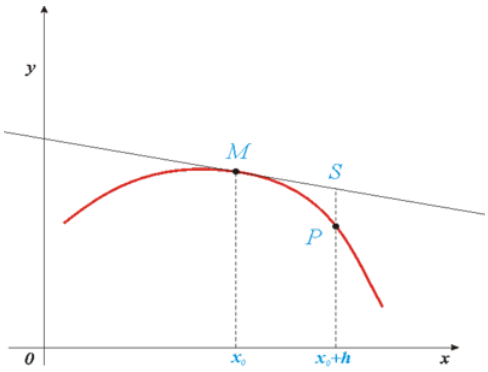
Jeśli funkcja y jest dwukrotnie różniczkowalna na (a, b), to aby była ona wypukła ku dołowi (odpowiednio wypukła ku górze) w przedziale (a, b), wystarczy żeby jej druga pochodna w tym przedziale była nieujemna (odpowiednio niedodatnia).

funkcja wypukła w dół



$y'' \geq 0$

funkcja wypukła w górę

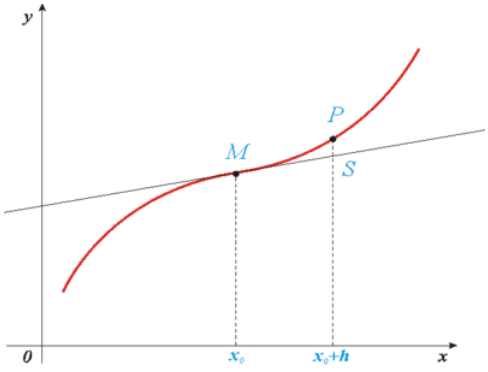


$y'' \leq 0$

Definicja 2. Jeżeli z jednej strony punktu $x_0 \in (a, b)$ funkcja y jest wypukła zaś z drugiej wklęsła, to x_0 nazywamy punktem przegięcia.

Jeśli funkcja y jest dwukrotnie różniczkowalna w otoczeniu x_0, to x_0 jest punktem przegięcia wtedy i tylko wtedy, gdy druga pochodna y'' zmienia w tym punkcie znak, to znaczy jej wartość jest ujemna z lewej strony x_0 i dodatnia z prawej, lub na odwrót. Oczywiście oznacza to, że jeśli x_0 jest punktem przegięcia, to $y''(x_0) = 0$.

punkt przegięcia



$y''(x_0 - \varepsilon) < 0, \quad y''(x_0 + \varepsilon) > 0$