

Analiza matematyczna III

Lista 3

Zad 1. Naszkiecować i zapisać we współrzędnych kartezjańskich figurę określoną we współrzędnych biegunowych (r, ϕ) , gdzie

a)	$r = 1, 0 \leq \phi \leq \pi$	e)	$r = 1/\cos \phi, \phi \leq \frac{\pi}{2}$	i)	$0 \leq r \leq 2 \sin \phi, 0 \leq \phi \leq \pi$
b)	$0 \leq r \leq 1, 0 \leq \phi \leq \pi$	f)	$r = 1/\cos \phi, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}$	j)	$0 \leq r \leq 2 \sin \phi , 0 \leq \phi \leq 2\pi$
c)	$0 \leq r \leq 1, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}$	g)	$0 \leq r \leq 1/\cos \phi, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}$	k)	$0 \leq r \leq 3 \sin \phi, 0 \leq \phi \leq \pi$
d)	$1 \leq r \leq 3, 0 \leq \phi \leq 2\pi$	h)	$r = 2 \sin \phi, 0 \leq \phi \leq \pi$	l)	$2 \sin \phi \leq r \leq 3 \sin \phi, 0 \leq \phi \leq \pi$

Zad 2. Zapisać we współrzędnych biegunowych figurę określoną we współrzędnych kartezjańskich.

a)	$x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$	f)	$x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x$	k)	$y = x, 3 \leq x \leq 5$
b)	$x^2 + y^2 = 1$	g)	$ y \leq x$	l)	$y = mx, x > 0$
c)	$x^2 + y^2 \leq 1$	h)	$ y < 5x$	m)	$y = mx, 3 \leq x \leq 5$
d)	$1 \leq x^2 + y^2 < 4$	i)	$y = x, x \geq 0$	n)	$x^2 + (y - c)^2 = c^2, c > 0$
e)	$x^2 + y^2 \leq 1, x > 0$	j)	$y = x, x < 0$	o)	$y^2 = 2x + 1, c > 0.$

Zad 3. Obliczyć całki podwójne $\iint_G f(x, y) dx dy$ w obszarze G .

	f	G		f	G
a)	$x^2 + y^2$	$x^2 + y^2 \leq a^2, a > 0$	f)	$\arctg \frac{y}{x}$	$x^2 + y^2 \leq 16, x, y > 0$
b)	$e^{x^2+y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 1$	g)	$\sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}$	$x^2 + y^2 \leq 1, x, y > 0$
c)	$e^{\sqrt{x^2+y^2}}$	$x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$	h)	$4xy \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x$
d)	$\ln(1 + x^2 + y^2)$	$x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x$	i)	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + (y - 1)^2 < 1$
e)	$x^2 + 4y + 9$	$x^2 + y^2 \leq 4$	j)	xy	$(x - 1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq x$

Zad 4. Obliczyć pole obszaru ograniczonego

- ograniczonego jedną pętlą lemniskaty $r = a\sqrt{\cos 2\phi}, |\phi| \leq \frac{\pi}{2}$;
- ograniczonego pętlą krzywej czterolistnej $r = a \sin 2\phi, 0 \leq \phi \leq \pi$;
- ograniczonego kardioidą $r = a(1 + \cos \phi), 0 \leq \phi \leq 2\pi$;
- będącego różnicą kardioidy $r = a(1 + \cos \phi)$ oraz koła $r \leq a$ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$);
- będącego przekrojem wnętrza kardioidy $r = 4(1 + \cos \phi), |\phi| \leq \pi$, i półpłaszczyzny $x \geq 3$.

Zad 5. Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami

a)	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, x = 0, y = 0, z = 0$	g)	$2z = 4 - x^2 - y^2, z = 0$
b)	$x + y + z = 6, 3x + y = 6, 3x + 2y = 12, z = 0, y = 0$	h)	$z = \sqrt{xy}, z = 0, x = 0$
c)	$z = 1 + x^2 + y^2, x + y = 4, x = 0, y = 0, z = 0$	i)	$4x = y^2 + z^2, y = \sqrt{x}, x = 3$
d)	$z = x^2 + y^2, x = 0, y = 1, z = 0$	j)	$x^2 + y^2 = 2x, z^2 = 4x$
e)	$y^2 = 3x, z = 0, z = 3 - x$	k)	$4z = 16 - x^2 - y^2, z = 0, x^2 + y^2 = 4$
f)	$z = x^2 + y^2, y = x^2, z = 0, y = 1$	l)	$x^2 + y^2 \leq a^2, x^2 + z^2 \leq a^2$

Zad 6. Obliczyć pole płata danego równaniem jawnym $z = z(x, y)$, gdzie $(x, y) \in G$:

	z	G		z	G
a)	$3x + 4y$	$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$	f)	$\frac{x^2}{2}$	$0 \leq x \leq 2\sqrt{2}, \frac{1}{2}x \leq y \leq 2x$
b)	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$	g)	$\sqrt{25 - x^2 - y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 16$
c)	$\frac{x^2+y^2}{2}$	$x^2 + y^2 \leq 1$	h)	$\sqrt{2xy}$	$0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a$
d)	$x^2 + y^2$	$x^2 + y^2 \leq 1, y \leq x$	i)	$\sqrt{x^2 - y^2}$	$x^2 + y^2 \leq a$
e)	xy	$x^2 + y^2 \leq 3$	j)	$\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$	$x^2 + y^2 \leq a$