

Rachunek prawdopodobieństwa
Zagadnienia na egzamin 07.02.2011

1. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa – sformułowanie Kołmogorowa: podstawowe własności prawdopodobieństwa, równoważność σ -addytywności i ciągłości prawdopodobieństwa.
2. Rodzina zdarzeń probabilizowalnych: definicja i własności ciała oraz σ -ciała, tw. o przedłużaniu prawdopodobieństwa.
3. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa – sformułowanie współczesne: przykłady przestrzeni probabilistycznych, prawdopodobieństwo geometryczne.
4. Prawdopodobieństwo warunkowe: podstawowe własności, wzór łańcuchowy, wzór na prawdopodobieństwo całkowite oraz wzór Bayesa.
5. Niezależność zdarzeń: niezależność pary oraz ciągu zdarzeń i ich własności.
6. Schemat Bernoulliego: kanoniczna konstrukcja modelu skończonego, nieskończony ciąg prób Bernoulliego jako prawdopodobieństwo geometryczne na $[0, 1]$.
7. Dyskretne zmienne losowe: definicja, rozkład, dystrybuanta i jej własności.
8. Rozkład Bernoulliego i Tw. Poissona: postać histogramu rozkładu Bernoulliego, Tw. Poissona jako prawo zdarzeń rzadkich.
- 8,5*. Oszacowanie rozkładu Bernoulliego dla dużych n i k : wzór Stirlinga, oszacowanie wzrostu $\ln \binom{n}{k}$ (przez entropię rozkładu $\alpha = \frac{k}{n}, \beta = \frac{n-k}{n}$) oszacowanie wzrostu $B_p(n, k)$ (przez entropię względną rozkładu α, β względem rozkładu p, q).
9. Twierdzenia graniczne Moivre'a-Laplace'a: lokalne i globalne.
10. Prawa wielkich liczb dla zm. losowych o rozkładach skończonych: prawo wielkich liczb Bernoulliego, niezależność dyskretnych zmiennych losowych, prawo wielkich liczb dla rozkładów skończonych.
11. Wartość oczekiwana dyskretnej zmiennej losowej: definicja, własności, interpretacja geometryczna.
12. Zmienne losowe (ogólne) i ich rozkłady: definicja i charakteryzacje, rozkład zmiennej losowej, trzy podstawowe typy rozkładów oraz rozkłady mieszane.
13. Zmienne losowe o rozkładzie osobliwym: zbiór punktów wzrostu dystrybuanty, definicja rozkładu osobliwego, diabelskie schody Cantora.
14. Zmienne losowe o rozkładzie ciągłym: własności gęstości rozkładu prawdopodobieństwa i jej interpretacja, przykłady, opis rozkładu wykładniczego.
15. Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych: zbieżność jednostajna, punktowa, prawie wszędzie, według prawdopodobieństwa, według rozkładu oraz relacje między nimi (m. in. wędrujący garb).
16. Wariancja: definicja i podstawowe własności, nierówność Czebyszewa i Czebyszewa-Bienayme.
17. Momenty wyższych rzędów: przestrzenie L^p i relacje między nimi, nierówności Höldera i Minkowskiego, zbieżność według p -tego momentu.
18. Kowariancja i współczynnik korelacji: nierówność Cauchy-Buniakowskiego-Schwarza, kowariancja i jej własności, współczynnik korelacji i zagadnienie regresji liniowej.
19. Niezależne zmienne losowe (ogólne): związek między niezależnością i brakiem korelacji, definicja i charakteryzacje niezależności zmiennych losowych (lemat o π i λ -układach)