**Analiza funkcjonalna**

Zagadnienia na egzamin 20.06.2018

1. Przestrzenie unormowane, równoważność norm, przestrzenie skończenie wielowymiarowe.
2. Przestrzenie Banacha, uzupełnienie, podprzestrzeń, przestrzeń ilorazowa.
3. Klasyczne przestrzenie Banacha - przestrzeń: funckji ciągłych, funkcji całkowalnych w $p$-tej potędze, przestrzenie ciągów, przestrzeń miar zespolonych.
4. Ciągłość operatorów i funkcjonałów liniowych - przestrzeń operatorów ograniczonych, przestrzeń dualna do przestrzeni Banacha.
5. Przestrzenie Hilberta - charakteryzacja jako przestrzeni Banacha spełniających tożsamość równoległoboku, przykłady.
6. Rzut ortogonalny - istnienie i jednoznaczność, operator rzutowania.
7. Twierdzenie o postaci funkcjonału liniowego i ograniczonego na przestrzeni Hilberta.
8. Baza ortogonalna - charakteryzacja przestrzeni Hilberta jako przestrzeni ciągów, ośrodkowe przestrzenie Hilberta.
9. Twierdzenie Hahna-Banacha - związek między funkcjonałami nad $\mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$, wnioski z Twierdzenie Hahna-Banacha, przestrzenie refleksywne.
10. Przestrzenie dualne do klasycznych przestrzeni Banacha - w tym do przestrzeni $L^p$ i $C(M)$ (Twierdzenie Riesz'a).
11. Twierdzenie Banacha-Steinhausa - twierdzenie Baire'a, ograniczoność granicy punktowej operatora ograniczonego.
12. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu otwartym.
13. Twierdzenie o wykresie domkniętym.
14. Widmo operatora - podstawowe własności, promień spektralny.
15. Operatory w przestrzeni Hilberta - sprzężenie operatorowe, operatory normalne, samosprzężone, unitarne i ich widmo.