

Analiza funkcjonalna
Zagadnienia na egzamin 03.07.2020

1. Przestrzenie unormowane, równoważność norm, przestrzenie skończone wielowymiarowe.
2. Przestrzenie Banacha, uzupełnienie, podprzestrzeń, przestrzeń ilorazowa.
3. Klasyczne przestrzenie Banacha - przestrzeń: funkcji ciągłych, funkcji całkowalnych w p -tej potęgce, przestrzenie ciągów, przestrzeń miar zespolonych.
4. Ciągłość operatorów i funkcjonałów liniowych - przestrzeń operatorów ograniczonych, przestrzeń dualna do przestrzeni Banacha.
5. Przestrzenie Hilberta - charakteryzacja jako przestrzeni Banacha spełniających tożsamość równoległoboku, przykłady.
6. Rzut ortogonalny - istnienie i jednoznaczność, operator rzutowania.
7. Twierdzenie o postaci funkcjonału liniowego i ograniczonego na przestrzeni Hilberta.
8. Baza ortogonalna - charakteryzacja przestrzeni Hilberta jako przestrzeni ciągów, ośrodkowe przestrzenie Hilberta.
9. Operatory w przestrzeni Hilberta - sprzężenie operatorowe, operatory normalne, samosprężone, unitarne.
10. Twierdzenie Hahna-Banacha - związek między funkcjonałami nad \mathbb{R} i \mathbb{C} , wnioski z Twierdzenia Hahna-Banacha, przestrzenie refleksywne.
11. Przestrzenie dualne do klasycznych przestrzeni Banacha - w tym do przestrzeni L^p i $C_0(M)$ (Twierdzenie Riesz'a o reprezentacji funkcjonału na $C_0(M)$).
12. Twierdzenie Banacha-Steinhaus - twierdzenie Baire'a, ograniczoność granicy punktowej operatora ograniczonego.
13. Topologia słaba i $*$ -słaba - Twierdzenie Alaoglu.
14. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu otwartym - wnioski.
15. Twierdzenie o wykresie domkniętym.
16. Algebry Banacha - własności elementów odwracalnych.
17. Widmo i promień spektralny - podstawowe własności, przykłady.