Działanie realizowane w ramach projektu
„Absolwent informatyki lub matematyki specjalistą na rynku pracy”

Analiza Funkcjonalna (prolegomena i inwitacja)

Bartosz Kosma Kwaśniewski
14 stycznia 2010

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Przedstawienie zakładu

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

1. prof. Anatolij Antonevich

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

1. prof. Anatolij Antonevich
2. prof. Andrei Lebedev

Przedstawienie zakładu

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

1. prof. Anatolij Antonevich
2. prof. Andrei Lebedev
3. dr Klara Janglajew

Przedstawienie zakładu

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

1. prof. Anatolij Antonevich
2. prof. Andrei Lebedev
3. dr Klara Janglajew
4. mgr Krzysztof Zajkowski

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

1. prof. Anatolij Antonevich
2. prof. Andrei Lebedev
3. dr Klara Janglajew
4. mgr Krzysztof Zajkowski
5. mgr Piotr Zambrzycki

Zakład Analizy Funkcjonalnej

Rok powstania 2001

1. prof. Anatolij Antonevich
2. prof. Andrei Lebedev
3. dr Klara Janglajew
4. mgr Krzysztof Zajkowski
5. ~~mgr Piotr Zambrzycki~~

prof. Anatolij Antonevich

prof. Anatolij Antonevich

prof. Anatolij Antonevich

prof. Andrei Lebedev

prof. Anatolij Antonevich

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

prof. Anatolij Antonevich

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

prof. Anatolij Antonevich

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

mgr Justyna Makowska

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

mgr Justyna Makowska

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

mgr Justyna Makowska

mgr Urszula Ostaszewska

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

mgr Urszula Ostaszewska

mgr Justyna Makowska

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

prof. Anatolij Antonevich

dr Krzysztof Zajkowski

mgr Urszula Ostaszewska

mgr Justyna Makowska

prof. Andrei Lebedev (kierownik zakładu)

dr Bartosz Kwaśniewski

dr Klara Janglajew

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod analizy mat.,

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii**

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

Topologia

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

Topologia + **Algebra**

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

$\boxed{\textbf{Analiza Matematyczna}}$

$+ \quad \boxed{\textbf{Topologia}} + \boxed{\textbf{Algebra}}$

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

+ Topologia + Algebra

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

$$
\begin{array}{c}
\boxed{\text{Analiza Matematyczna}} \\
+ \quad \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}} \\
\hline
\text{Analiza Funkcjonalna}
\end{array}
$$

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

$+$ **Topologia** $+$ **Algebra**

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

$+$ **Topologia** $+$ **Algebra**

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych,

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$

$+ \quad \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego,

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

\+ **Topologia** + **Algebra**

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych,

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

\+ Topologia + Algebra

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji,

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

\+ **Topologia** + **Algebra**

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej,

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

\+ **Topologia** + **Algebra**

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych,

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$

$+ \ \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych,fizyki mat.,

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

Analiza Matematyczna

+ **Topologia** + **Algebra**

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych,fizyki mat.,teorii grup

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$

$+\ \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych,fizyki mat.,teorii grup i in.

Analiza funkcjonalna, dział matematyki powstały w wyniku połączenia metod **analizy mat., topologii i algebry**

$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$

$+ \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych,fizyki mat.,teorii grup i in.

$$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$$

$$+\quad \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

$$\begin{array}{r l}
 & \boxed{\textbf{Analiza Matematyczna}} \\
+ & \boxed{\textbf{Topologia}} + \boxed{\textbf{Algebra}} \\
\hline
 & \textbf{Analiza Funkcjonalna}
\end{array}$$

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.;

$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$

$+\ \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.; duże zasługi w jej rozwoju położyli matematycy pol.:

$\boxed{\text{Analiza Matematyczna}}$

$+ \quad \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}}$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.; duże zasługi w jej rozwoju położyli matematycy pol.: **S. Banach** (uważany za twórcę a.f),

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

$$\begin{array}{rcl} & \boxed{\text{Analiza Matematyczna}} & \\ + & \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}} & \\ \hline & \text{Analiza Funkcjonalna} & \end{array}$$

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.; duże zasługi w jej rozwoju położyli matematycy pol.: **S. Banach** (uważany za twórcę a.f), **H. Steinhaus**,

Analiza Funkcjonalna w encyklopedii

Analiza Matematyczna

$+$ Topologia $+$ Algebra

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.; duże zasługi w jej rozwoju położyli matematycy pol.: **S. Banach** (uważany za twórcę a.f), **H. Steinhaus**, **S. Mazur**,

$$\boxed{\textbf{Analiza Matematyczna}}$$

$$+ \quad \boxed{\textbf{Topologia}} + \boxed{\textbf{Algebra}}$$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.; duże zasługi w jej rozwoju położyli matematycy pol.: **S. Banach** (uważany za twórcę a.f), **H. Steinhaus**, **S. Mazur**, **W. Orlicz**,

$$\begin{array}{r} \boxed{\text{Analiza Matematyczna}} \\ + \quad \boxed{\text{Topologia}} + \boxed{\text{Algebra}} \\ \hline \end{array}$$

Analiza Funkcjonalna

ujmuje jednolicie zagadnienia z wielu różnych dziedzin:

równań całkowych, rachunku wariacyjnego, równań różniczkowych, teorii aproksymacji, algebry liniowej, funkcji rzeczywistych, fizyki mat., teorii grup i in.

A. f. powstała na pocz. XX w.; duże zasługi w jej rozwoju położyli matematycy pol.: **S. Banach** (uważany za twórcę a.f), **H. Steinhaus**, **S. Mazur**, **W. Orlicz**, **J. Schauder** ...

Analiza Funkcjonalna

Analiza Funkcjonalna

1) obejmuje wiele działów matematyki

Analiza Funkcjonalna

1) obejmuje wiele działów matematyki

2) jest dziedziną stosunkowo „młodą”

Analiza Funkcjonalna

1) obejmuje wiele działów matematyki
2) jest dziedziną stosunkowo „młodą”
3) jej podwaliny stworzyli matematycy polscy

Analiza Funkcjonalna

1) obejmuje wiele działów matematyki
2) jest dziedziną stosunkowo „młodą”
3) jej podwaliny stworzyli matematycy polscy

ANALIZA FUNKCJONALNA

ANALIZA FUNKCJONALNA
GENEZA NAZWY

ANALIZA FUNKCJONALNA
GENEZA NAZWY

Częsta interpretacja: A. f. to analiza przestrzeni funkcyjnych, zawierające te działy matematyki, które badają funkcje.

ANALIZA FUNKCJONALNA
GENEZA NAZWY

~~Częsta interpretacja: A. f. to analiza przestrzeni funkcyjnych, zawierające te działy matematyki, które badają funkcje.~~

ANALIZA FUNKCJONALNA
GENEZA NAZWY

~~Częsta interpretacja: A. f. to analiza przestrzeni funkcyjnych, zawierające te działy matematyki, które badają funkcje.~~

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*, które z kolei pochodzi z rachunku wariacyjnego

Analiza Funkcjonalna - etymologia

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*, które z kolei pochodzi z rachunku wariacyjnego, gdzie oznacza funkcję liczbową, której argument jest funkcją

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*, które z kolei pochodzi z rachunku wariacyjnego, gdzie oznacza funkcję liczbową, której argument jest funkcją, np.

$$J(f) = \int_a^b L(x, f(x), f'(x))\, dx$$

gdzie $L(x, y, z)$ jest ustaloną funkcją.

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*, które z kolei pochodzi z rachunku wariacyjnego, gdzie oznacza funkcję liczbową, której argument jest funkcją, np.

$$J(f) = \int_a^b L(x, f(x), f'(x))\, dx$$

gdzie $L(x, y, z)$ jest ustaloną funkcją.

Przykład:
Jeśli $L(x, y, z) = \sqrt{1 + z^2}$,

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*, które z kolei pochodzi z rachunku wariacyjnego, gdzie oznacza funkcję liczbową, której argument jest funkcją, np.

$$J(f) = \int_a^b L(x, f(x), f'(x))\, dx$$

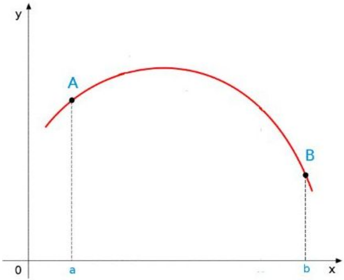
gdzie $L(x, y, z)$ jest ustaloną funkcją.

Przykład:
Jeśli $L(x, y, z) = \sqrt{1 + z^2}$, to
$J(f)$ jest długością krzywej AB

Nazwa *analiza funkcjonalna* pochodzi od słowa *funkcjonał*, które z kolei pochodzi z rachunku wariacyjnego, gdzie oznacza funkcję liczbową, której argument jest funkcją, np.

$$J(f) = \int_a^b L(x, f(x), f'(x))\, dx$$

gdzie $L(x, y, z)$ jest ustaloną funkcją.



Przykład:
Jeśli $L(x, y, z) = \sqrt{1 + z^2}$, to
$J(f)$ jest długością krzywej AB

Zagadnienie brachistochrony (1696)

Definicja.

Definicja.
Analiza funkcjonalna jest działem analizy

Definicja.
Analiza funkcjonalna jest działem analizy, który bada

Definicja.
Analiza funkcjonalna jest działem analizy, który bada odwzorowania (funkcjonały, operatory) $A : \Omega \longrightarrow F$

Definicja.
Analiza funkcjonalna jest działem analizy, który bada odwzorowania (funkcjonały, operatory) $A : \Omega \to F$, gdzie $\Omega \subset E$, a E i F są przestrzeniami liniowo-topologicznymi.

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x,y)f(y)\,dy$$

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x,y)f(y)\,dy$$

2. Operacja różniczkowania

$$(Af)(x) = f'(x)$$

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x, y) f(y)\, dy$$

2. Operacja różniczkowania

$$(Af)(x) = f'(x), \qquad (Af)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k(x) f^{(k)}(x)$$

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x,y) f(y)\, dy$$

2. Operacja różniczkowania

$$(Af)(x) = f'(x), \qquad (Af)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k(x) f^{(k)}(x)$$

3. Operacja zamiany zmiennych

$$(Af)(x) = f(\alpha(x))$$

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x,y)f(y)\,dy$$

2. Operacja różniczkowania

$$(Af)(x) = f'(x), \qquad (Af)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k(x) f^{(k)}(x)$$

3. Operacja zamiany zmiennych

$$(Af)(x) = f(\alpha(x)), \qquad (Af)(x) = a(x)f(\alpha(x))$$

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x,y)f(y)\,dy$$

2. Operacja różniczkowania

$$(Af)(x) = f'(x), \qquad (Af)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k(x) f^{(k)}(x)$$

3. Operacja zamiany zmiennych

$$(Af)(x) = f(\alpha(x)), \qquad (Af)(x) = a(x)f(\alpha(x))$$

Ważony op. kompozycji

Definicja

Najważniejsze operatory liniowe w analizie

Vito Volterra

1. Operacja całkowania

$$(Af)(x) = \int_a^b K(x,y)f(y)\,dy$$

2. Operacja różniczkowania

$$(Af)(x) = f'(x), \qquad (Af)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k(x) f^{(k)}(x)$$

3. Operacja zamiany zmiennych

$$(Af)(x) = f(\alpha(x)), \qquad (Af)(x) = a(x)f(\alpha(x))$$

Ważony op. kompozycji

Definicja i geneza

Volterra rozważał równanie

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Definicja i geneza

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Definicja i geneza

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Dzieląc $[a,b]$ na n części $a < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Dzieląc $[a,b]$ na n części $a < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ $(\delta = |x_i - x_{i+1}| = \frac{b-a}{n})$

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Dzieląc $[a,b]$ na n części $a < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ ($\delta = |x_i - x_{i+1}| = \frac{b-a}{n}$) otrzymujemy układ rów. lin.

$$\begin{cases} k_{11}z_1 & = b_1 \\ k_{21}z_1 + k_{22}z_2 & = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \\ k_{n1}z_1 + k_{n2}z_2 + \ldots + k_{nn}z_n & = b_n \end{cases}$$

Definicja i geneza

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Dzieląc $[a,b]$ na n części $a < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ ($\delta = |x_i - x_{i+1}| = \frac{b-a}{n}$) otrzymujemy układ rów. lin.

$$\begin{cases} k_{11}z_1 & = b_1 \\ k_{21}z_1 + k_{22}z_2 & = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots \\ k_{n1}z_1 + k_{n2}z_2 + \dots + k_{nn}z_n & = b_n \end{cases}$$

gdzie $k_{ij} = \delta \cdot K(x_i, x_j)$, $z_j = \varphi(x_j)$ oraz $b_i = f(x_i)$.

Definicja i geneza

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Dzieląc $[a,b]$ na n części $a < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ ($\delta = |x_i - x_{i+1}| = \frac{b-a}{n}$) otrzymujemy układ rów. lin.

$$\begin{cases} k_{11}z_1 & = b_1 \\ k_{21}z_1 + k_{22}z_2 & = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots \\ k_{n1}z_1 + k_{n2}z_2 + \dots + k_{nn}z_n & = b_n \end{cases}$$

gdzie $k_{ij} = \delta \cdot K(x_i, x_j)$, $z_j = \varphi(x_j)$ oraz $b_i = f(x_i)$.

Zasadnicze pytanie

Co oznacza $n \to \infty$???

Volterra rozważał równanie, gdzie K i f są dane, a φ szukane:

$$\int_a^x K(x,y)\varphi(y)\,dy = f(x), \qquad x \in [a,b],$$

Dzieląc $[a,b]$ na n części $a < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ $(\delta = |x_i - x_{i+1}| = \frac{b-a}{n})$ otrzymujemy układ rów. lin.

$$\begin{cases} k_{11}z_1 & = b_1 \\ k_{21}z_1 + k_{22}z_2 & = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \\ k_{n1}z_1 + k_{n2}z_2 + \ldots + k_{nn}z_n & = b_n \end{cases}$$

gdzie $k_{ij} = \delta \cdot K(x_i, x_j)$, $z_j = \varphi(x_j)$ oraz $b_i = f(x_i)$.

Zasadnicze pytanie

Co oznacza $n \to \infty$???

Punkty zwrotne

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903)

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906)

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   $+$ H. Lebesgue $+$ M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922)

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

---

4. S. Banach, H.Hahn (1927,1929)

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

---

4. S. Banach, H.Hahn (1927,1929) Tw. Hahna-Banacha

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

---

4. S. Banach, H.Hahn (1927,1929) Tw. Hahna-Banacha

E. Helly

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

---

4. S. Banach, H.Hahn (1927,1929) Tw. Hahna-Banacha

E. Helly

(1912) Tw. Hahna-Banacha C[a,b]

Punkty zwrotne

1. V. Volterra, I. Fredholm (1896-1903) Rów. całkowe
2. D. Hilbert (1906) Formy dwuliniowe
   + H. Lebesgue + M. Frechet $\Rightarrow$ F. Riesz prz. L^p, ℓ^p
3. Stefan Banach (1920,1922) przestrzenie Banacha

---

4. S. Banach, H.Hahn (1927,1929) Tw. Hahna-Banacha

E. Helly

(1912) Tw. Hahna-Banacha C[a,b]
(1921) podprzestrzenie $\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$

Stefan Banach

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni. Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni. Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej
Doktorat na Uniwersytecie Lwowskim

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej
Doktorat na Uniwersytecie Lwowskim
1922: Habilitacja (Uniw. we Lwowie)

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej
Doktorat na Uniwersytecie Lwowskim
1922: Habilitacja (Uniw. we Lwowie)
1932: *Theorie des operations lineaires*

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej
Doktorat na Uniwersytecie Lwowskim
1922: Habilitacja (Uniw. we Lwowie)
1932: *Theorie des operations lineaires*
1941: Karmiciel wszy

Stefan Banach

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej
Doktorat na Uniwersytecie Lwowskim
1922: Habilitacja (Uniw. we Lwowie)
1932: *Theorie des operations lineaires*
1941: Karmiciel wszy
1945: Umiera na raka płuc (Lwów)

urodzony: 1982, Kraków
rodzice: Katarzyna Banach, Stefan Greczek

1910: Zdaje maturę. Pracuje w księgarni.
Studiuje matematykę jako samouk

1910-1914: Politech. Lwowska (półdyplom)

1914: Wraca do Krakowa (wojna)

1916: Spotyka na krakowskich Plantach Hugona Steinhausa
1920: Asystentura na Politechnice Lwowskiej
Doktorat na Uniwersytecie Lwowskim
1922: Habilitacja (Uniw. we Lwowie)
1932: *Theorie des operations lineaires*
1941: Karmiciel wszy
1945: Umiera na raka płuc (Lwów)

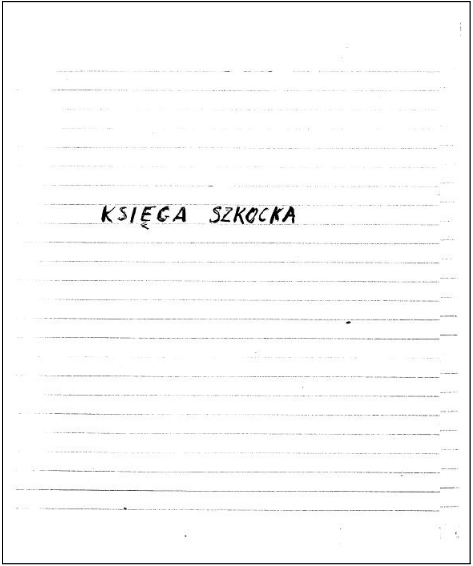
Księga szkocka

Księga szkocka

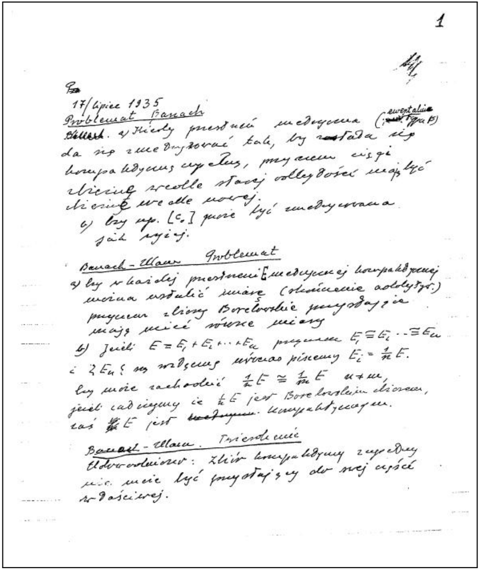
Kawiarnia szkocka, Lwów

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów



Kawiarnia szkocka, Lwów



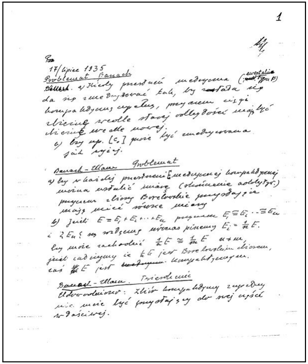
1

17/lipiec 1935
Problemat Banach
~~Ulam~~. a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B)
da się zmetryzować tak, by została się
kompaktyczną [illegible], przyczem ciągi
zbieżne w starej odległości mają być
zbieżne w nowej.
b) Czy np. [c_0] może być zmetryzowana
jak wyżej.

Banach–Ulam Problemat
a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktycznej
można ustalić miarę (określenie dokładne)
przyczem zbiory Borelowskie przystające
mają mieć równe miary
b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$
i $\{E_n\}$ są rozłączne wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$.
Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$,
jeżeli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem,
zaś $\frac{1}{m}E$ jest ~~[illegible]~~. kompaktycznym.

Banach–Ulam. Twierdzenie
Odpowiedź: Zbiór kompaktyczny żaden
nie może być przystający do swej części
właściwej.

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935

Problemat Banach

a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B) da się zmetryzować tak, by została się kompaktną zupełną, przyczem ciągi zbieżne według starej odległości mają być zbieżne według nowej.

b) Czy np. $[c_0]$ może być zmetryzowana jak wyżej.

Banach-Ulam Problemat

a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktnej można ustalić miarę (określenie addytywne) przyczem zbiory Borelowskie przystające mają mieć równe miary

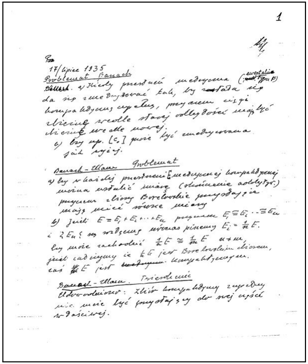
b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \equiv E_2 \dots \equiv E_n$ i $\{E_n\}$ są rozłączne wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$. Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$, jeśli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem, zaś E jest ~~~~ kompaktycznym.

Banach-Ulam. Twierdzenie

Udowodnione: Zbiór kompaktyczny zupełny metr. nie może być przystający do swej części właściwej.

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

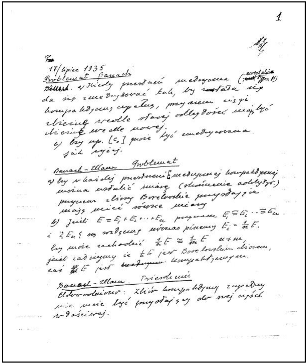
17/lipiec 1935
Problemat Banach
a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B) da się zmetryzować tak, by została zupełną i kompaktyczną, przyczem ciągi zbieżne według starej odległości mają być zbieżne według nowej.
b) Czy np. $[c_0]$ może być zmetryzowana jak wyżej.

Banach-Ulam Problemat
a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktycznej można ustalić miarę (skończenie addytywną) przyczem zbiory Borelowskie przystające mają mieć równe miary
b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$ i $\{E_n\}$ są względem siebie rozłączne piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$.
Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$, jeżeli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem, zaś $\frac{1}{m}E$ jest ~~...~~ kompaktycznym.

Banach-Ulam. Twierdzenie
Udowodniliśmy: Zbiór kompaktyczny zupełny nie może być przystający do swej części właściwej.

S.Banach

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935
Problemat Banach
a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B) da się zmetryzować tak, by została się kompaktyczną zupełną, przyczem ciągi zbieżne według starej odległości mają być zbieżne według nowej.
b) Czy np. $[c_0]$ może być zmetryzowana jak wyżej.

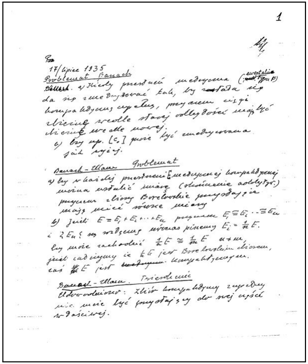
Banach–Ulam Problemat
a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktycznej można ustalić miarę (określenie addytywne) przyczem zbiory Borelowskie przystające mają mieć równe miary
b) Jeśli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$ i $\{E_n\}$ są rozłączne, wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$. Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$, jeśli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem, zaś $\frac{1}{m}E$ jest kompaktycznym.

Banach–Ulam. Twierdzenie
Udowodniono: Zbiór kompaktyczny żadnej nie może być przystający do swej części właściwej.

S.Banach

S. Mazur

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935

Problemat Banach

a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B) da się zmetryzować tak, by została kompaktnym zupełną, przyczem ciągi zbieżne w sensie starej odległości mają być zbieżne w sensie nowej.

b) Czy np. $[c_0]$ może być zmetryzowana jak wyżej.

Banach - Ulam Problemat

a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktnej można ustalić miarę (skończenie addytywną) przyczem zbiory Borelowskie przystające mają mieć równe miary

b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$ i $\{E_n\}$ są rozłączne wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$. Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$, jeżeli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem, zaś E jest kompaktycznym.

Banach - Ulam. Twierdzenie

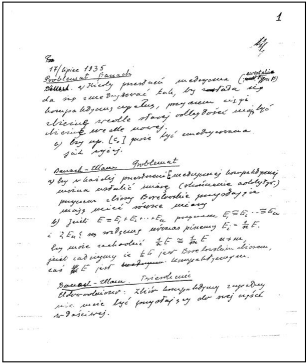
Udowodnione: Zbiór kompaktyczny żadnej nie może być przystającym do swej części właściwej.

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935

Problemat Banacha

a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B) da się zmetryzować tak, by stała się kompaktyczną, przyczem ciągi zbieżne według starej odległości mają być zbieżne według nowej.

b) Czy np. $[c_0]$ może być zmetryzowana jak wyżej.

Banach - Ulam Problemat

a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktycznej można ustalić miarę (określenie absolutne) przyczem zbiory Borelowskie przystające mają mieć równe miary

b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$ i $\{E_n\}$ są rozłączne wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$. Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$, jeżeli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem, zaś $\frac{1}{m}E$ jest kompaktycznym.

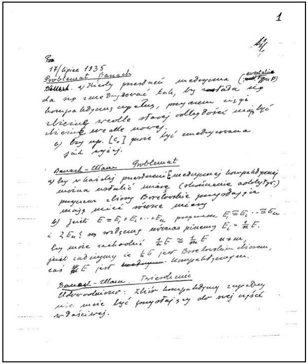
Banach - Ulam. Twierdzenie

Udowodniono: Zbiór kompaktyczny żadnej m.c. nie może być przystający do swej części właściwej.

S.Banach S. Mazur S. Ulam J. Schauder

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935
Problemat Banach
~~Ulam~~. a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B)
da się zmetryzować tak, by stała się
kompaktyczną zupełną, przy czym ciągi
zbieżne według starej odległości mają być
zbieżne według nowej.
b) Czy np. [c_0] może być zmetryzowana
jak wyżej.

Banach - Ulam Problemat
a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktycznej
można ustalić miarę (określenie dokładne)
przy czym zbiory Borelowskie przystające
mają mieć równe miary
b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przy czym $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$
i $\{E_n\}$ są wzajemnie obce piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$.
Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$,
jeżeli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem,
zaś $\frac{1}{n}E$ jest ~~[illegible]~~ kompaktycznym.

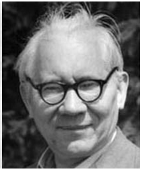
Banach - Ulam. Twierdzenie
Udowodnione: Zbiór kompaktyczny żadnej
m.c. może być przystający do swej części
właściwej.

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

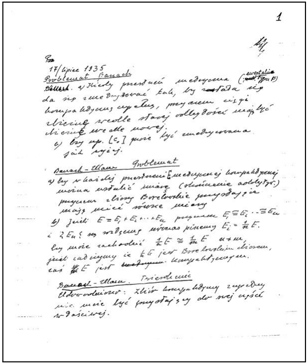
J. Schauder



W. Orlicz

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935

Problemat Banach

~~Banach~~. a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B)
da się zmetryzować tak, by ~~zo~~stała się
kompaktną zupełną, przyczem ciągi
zbieżne według starej odległości mają być
zbieżne według nowej.
b) Czy np. $[c_0]$ może być zmetryzowana
jak wyżej.

Banach-Ulam Problemat

a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktnej
można ustalić miarę (skończenie addytywną)
przyczem zbiory Borelowskie przystające
mają mieć równe miary
b) Jeżeli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$
i $\{E_n\}$ są rozłączne wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$.
Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$,
jeżeli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem,
zaś $\frac{1}{m}E$ jest ~~[illegible]~~ kompaktycznym.

Banach-Ulam. Twierdzenie

Odpowiedź: Zbiór kompaktyczny [illegible]
nie może być przystający do swej części
właściwej.

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

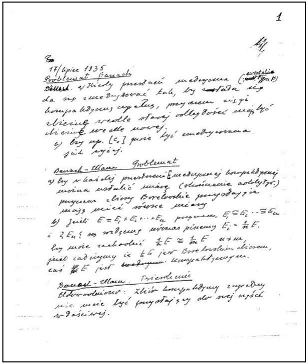
J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów



1

17/lipiec 1935

Problemat Banach

a) Kiedy przestrzeń metryczna (ewentualnie typu B) da się zmetryzować tak, by została zupełna, przyczem ciągi kompaktywne względem starej odległości mają być zbieżne według nowej.

b) Czy np. [c_0] może być zmetryzowana jak wyżej.

Banach-Ulam Problemat

a) Czy w każdej przestrzeni E metrycznej kompaktnej można ustalić miarę (oczywiście addytywną) przyczem zbiory Borelowskie przystające mają mieć równe miary

b) Jeśli $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ przyczem $E_1 \cong E_2 \dots \cong E_n$ i $\{E_n\}$ są rozłączne wówczas piszemy $E_i = \frac{1}{n}E$. Czy może zachodzić $\frac{1}{n}E \cong \frac{1}{m}E$ $n \neq m$, jeśli zakładamy że $\frac{1}{n}E$ jest Borelowskim zbiorem, zaś $\frac{1}{m}E$ jest ~~[illegible]~~ kompaktywnym.

Banach-Ulam. Twierdzenie

Odwzorowanie: Zbiór kompaktywny [illegible] nie może być przystającym do swej części właściwej.

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów

S. Mazur

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów

S. Mazur
Par Enflo

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

Kawiarnia szkocka, Lwów

S. Mazur
Par Enflo
i gęś

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

Księga szkocka

Kawiarnia szkocka, Lwów

S. Mazur
Par Enflo
i gęś
(1972)

S.Banach

S. Mazur

S. Ulam

J. Schauder

W. Orlicz

H. Steinhaus

John von Neumann

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

1930: Princeton (USA)

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen* der Quantenmechanik

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)
1944: *Theory of Games and Economic Behaviour*

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię w Berlinie.
Uprawia matematykę jako samouk

1926: doktorat z matematyki

1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

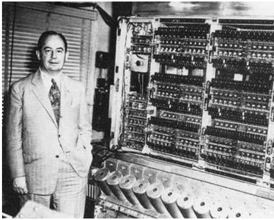
1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)
1944: *Theory of Games and Economic Behaviour*
1945: *First Draft of a Report on the EDVAC*

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię
Uprawia matematykę

1926: doktorat z matematyki



1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

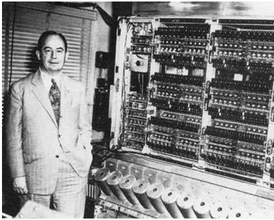
1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)
1944: *Theory of Games and Economic Behaviour*
1945: *First Draft of a Report on the EDVAC*

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię
Uprawia matematykę

1926: doktorat z matematyki



1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

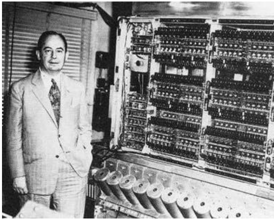
1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)
1944: *Theory of Games and Economic Behaviour*
1945: *First Draft of a Report on the EDVAC*
1955: Umiera na raka (Waszyngton)

John von Neumann

urodzony: 1903, Budapeszt
imie: János von Neumann

1921-1926: Studiuje chemię
Uprawia matematykę

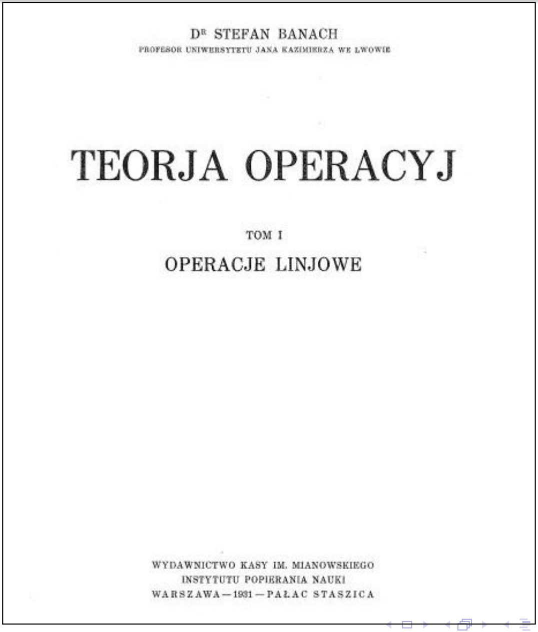
1926: doktorat z matematyki



1926-1927: Göttingen studia u D. Hilberta

1930: Princeton (USA)
1932: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*
1943: projekt Manhattan (Los Alamos)
1944: *Theory of Games and Economic Behaviour*
1945: *First Draft of a Report on the EDVAC*
1955: Umiera na raka (Waszyngton)

Przestrzeń Banacha



D[R] STEFAN BANACH

PROFESOR UNIWERSYTETU JANA KAZIMIERZA WE LWOWIE

TEORJA OPERACYJ

TOM I

OPERACJE LINJOWE

WYDAWNICTWO KASY IM. MIANOWSKIEGO
INSTYTUTU POPIERANIA NAUKI
WARSZAWA — 1931 — PAŁAC STASZICA

Przestrzeń Banacha - przykłady

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

$$\dim E = m \quad \Longrightarrow \quad E \cong \mathbb{R}^m.$$

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

$$\dim E = m \quad \Longrightarrow \quad E \cong \mathbb{R}^m.$$

Niech $x = (x_1, x_2, ..., x_m) \in E = \mathbb{R}^m$.

z normą taksówkową:

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

$$\dim E = m \quad \Longrightarrow \quad E \cong \mathbb{R}^m.$$

Niech $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in E = \mathbb{R}^m$.

z normą taksówkową: $\|x\| = \sum_{n=1}^{m} |x_n|$.

z normą euklidesową:

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

$$\dim E = m \quad \Longrightarrow \quad E \cong \mathbb{R}^m.$$

Niech $x = (x_1, x_2, ..., x_m) \in E = \mathbb{R}^m$.

z normą taksówkową: $\|x\| = \sum_{n=1}^{m} |x_n|$.

z normą euklidesową: $\|x\| = (\sum_{n=1}^{m} |x_n|^2)^{\frac{1}{2}}$.

z normą max:

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

$$\dim E = m \quad \Longrightarrow \quad E \cong \mathbb{R}^m.$$

Niech $x = (x_1, x_2, ..., x_m) \in E = \mathbb{R}^m$.

z normą taksówkową: $\|x\| = \sum_{n=1}^{m} |x_n|$.

z normą euklidesową: $\|x\| = (\sum_{n=1}^{m} |x_n|^2)^{\frac{1}{2}}$.

z normą max: $\|x\| = \max_{1 \le n \le m} |x_n|$.

1) Przestrzeń skończenie wymiarowa E.

$$\dim E = m \quad \Longrightarrow \quad E \cong \mathbb{R}^m.$$

Niech $x = (x_1, x_2, ..., x_m) \in E = \mathbb{R}^m$.

z normą taksówkową: $\|x\| = \sum_{n=1}^{m} |x_n|$.

z normą euklidesową: $\|x\| = (\sum_{n=1}^{m} |x_n|^2)^{\frac{1}{2}}$.

z normą max: $\|x\| = \max_{1 \leq n \leq m} |x_n|$.

Twierdzenie. Wszystkie normy na $E = \mathbb{R}^m$ są równoważne.

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

2) Przestrzeń ciągów bezwględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą:

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

2) Przestrzeń ciągów bezwględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

z normą:

Przestrzeń Banacha - przykłady

2) Przestrzeń ciągów bezwględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_{\infty} = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|.$

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|.$

4) Przestrzeń ciągów zbieżnych

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|.$

4) Przestrzeń ciągów zbieżnych

$$c = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \text{granica} \lim_{n\to\infty} x_n \ \text{istnieje}\}$$

2) Przestrzeń ciągów bezwględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|.$

4) Przestrzeń ciągów zbieżnych

$$c = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \text{granica} \lim_{n\to\infty} x_n \ \text{istnieje}\}$$

z normą:

2) Przestrzeń ciągów bezwględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|.$

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ |x_n| < M\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|.$

4) Przestrzeń ciągów zbieżnych

$$c = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \text{granica} \lim_{n\to\infty} x_n \ \text{istnieje}\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|.$

2) Przestrzeń ciągów bezwzględnie zbieżnych

$$\ell_1 = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|$.

3) Przestrzeń ciągów ograniczonych

$$\ell_\infty = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \exists_M \ \ \forall_{n\in\mathbb{N}} \ \ |x_n| < M\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|$.

4) Przestrzeń ciągów zbieżnych

$$c = \{(x_n)_{n=1}^{\infty} : \ \text{granica} \lim_{n\to\infty} x_n \ \text{istnieje}\}$$

z normą: $\|(x_n)_{n=1}^{\infty}\| = \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|$.

Przestrzeń Banacha - przykłady

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \; f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą:

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

Przestrzeń Banacha - przykłady

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|.$

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

Przestrzeń Banacha - przykłady

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|.$

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

z normą:

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|$.

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|$.

7) Przestrzeń funkcji całkowalnych

Przestrzeń Banacha - przykłady

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|$.

7) Przestrzeń funkcji całkowalnych

$$L[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest całkowalna}\}$$

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \; f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \; \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|$.

7) Przestrzeń funkcji całkowalnych

$$L[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \; f \text{ jest całkowalna}\}$$

z normą:

5) Przestrzeń funkcji ciągłych na odcinku

$$C[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest ciągła}\}$$

z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)|$.

6) Przestrzeń funkcji klasy C^1

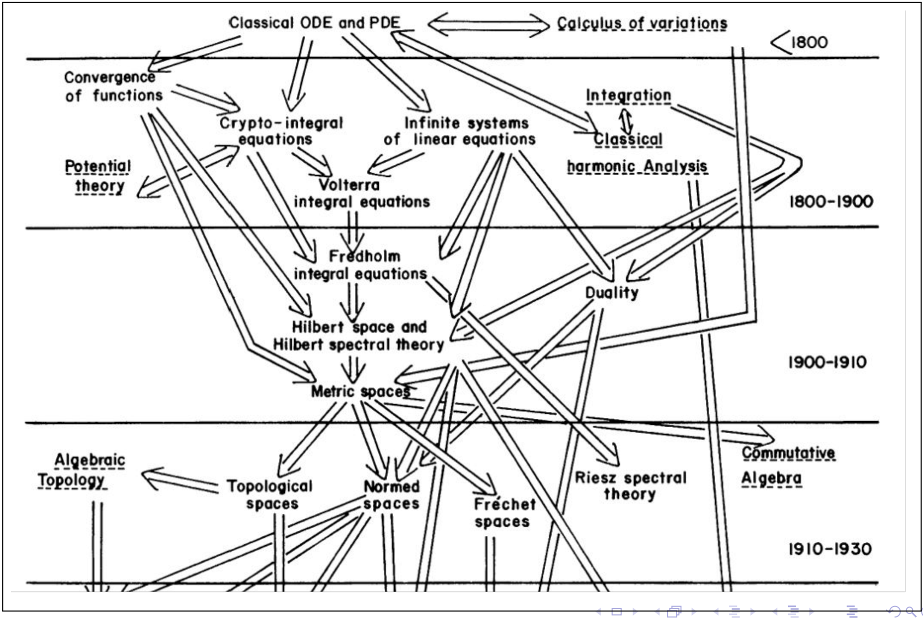
$$C^{(1)}[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ \text{pochodna } f' \text{ jest ciągła}\}$$

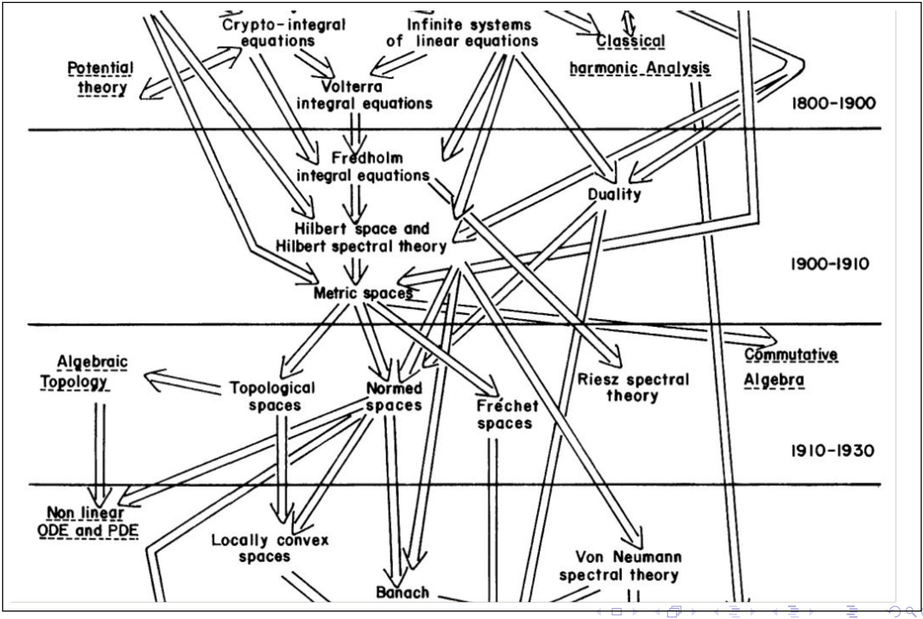
z normą: $\|f\| = \max_{t\in[0,1]} |f(t)| + \max_{t\in[0,1]} |f'(t)|$.

7) Przestrzeń funkcji całkowalnych

$$L[0,1] = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : \ f \text{ jest całkowalna}\}$$

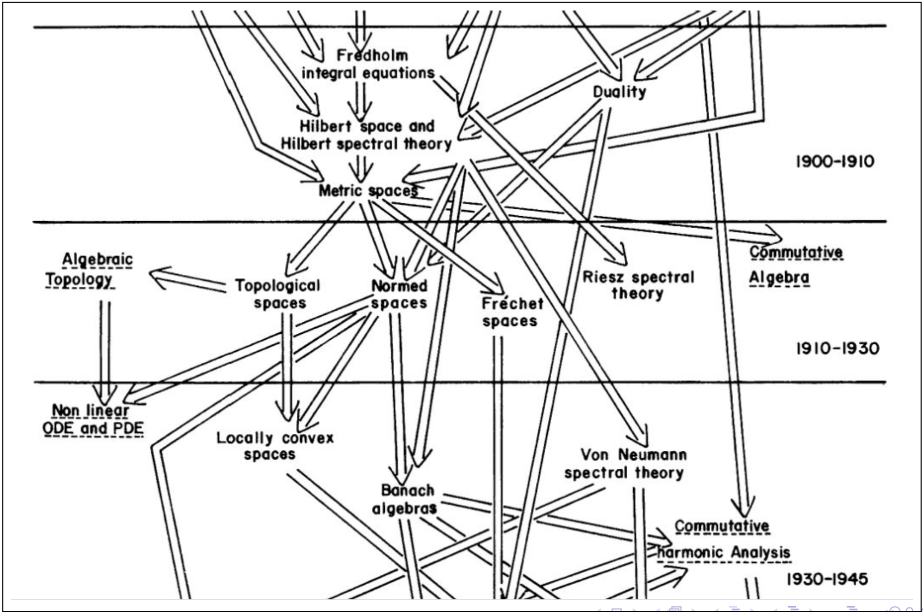
z normą: $\|f\| = \int_0^1 |f(t)| dt$.


Classical ODE and PDE
Calculus of variations
1800
Convergence of functions
Crypto-integral equations
Infinite systems of linear equations
Integration
Classical harmonic Analysis
Potential theory
Volterra integral equations
1800-1900
Fredholm integral equations
Duality
Hilbert space and Hilbert spectral theory
1900-1910
Metric spaces
Algebraic Topology
Topological spaces
Normed spaces
Fréchet spaces
Riesz spectral theory
Commutative Algebra
1910-1930

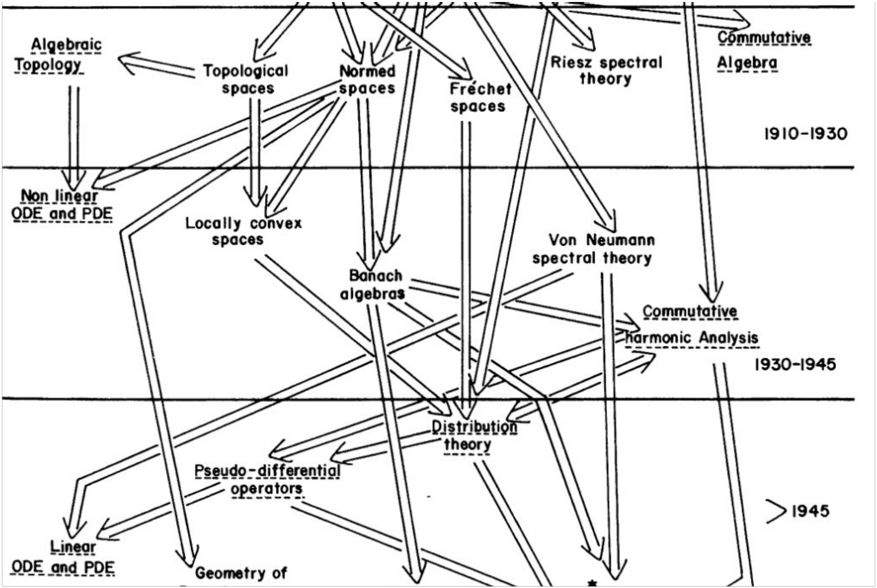


Crypto-integral equations
Infinite systems of linear equations
Classical harmonic Analysis
Potential theory
Volterra integral equations
1800-1900
Fredholm integral equations
Duality
Hilbert space and Hilbert spectral theory
1900-1910
Metric spaces
Commutative Algebra
Algebraic Topology
Topological spaces
Normed spaces
Fréchet spaces
Riesz spectral theory
1910-1930
Non linear ODE and PDE
Locally convex spaces
Von Neumann spectral theory
Banach

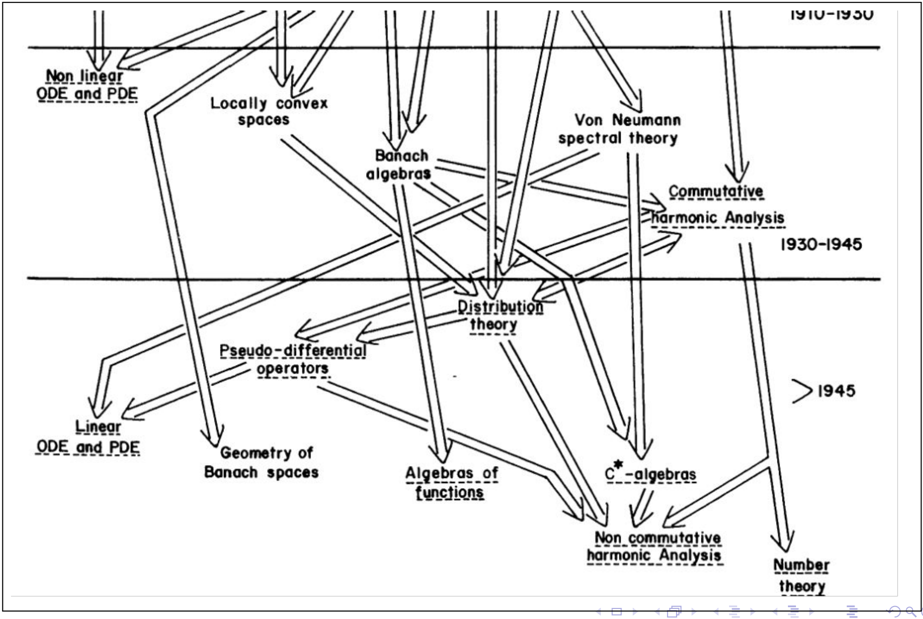
Historia i powiązania Analizy Funkcjonalnej



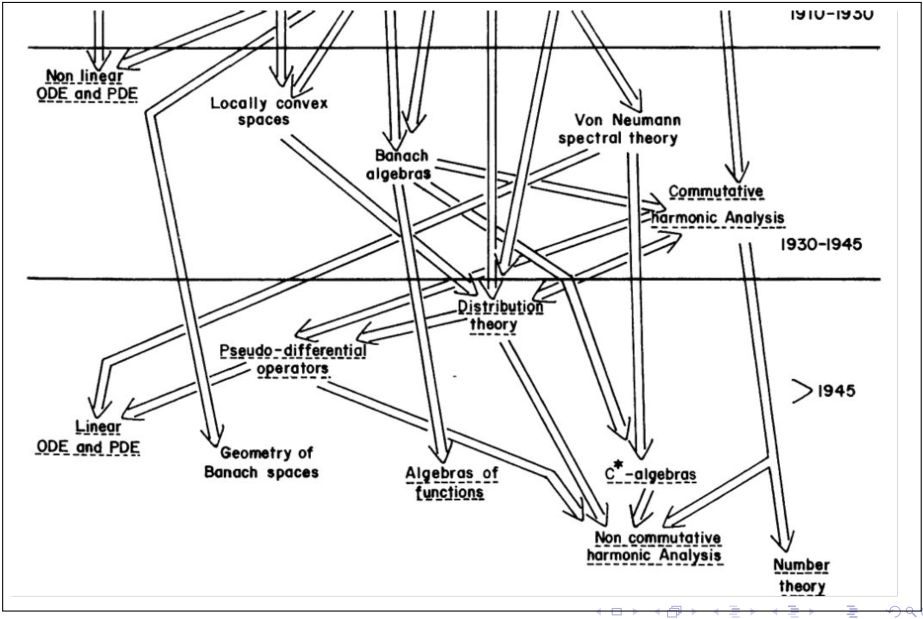
Historia i powiązania Analizy Funkcjonalnej



Historia i powiązania Analizy Funkcjonalnej



Historia i powiązania Analizy Funkcjonalnej



Działanie realizowane w ramach projektu
„Absolwent informatyki lub matematyki specjalistą na rynku pracy"

DZIĘKUJĘ !!!

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego